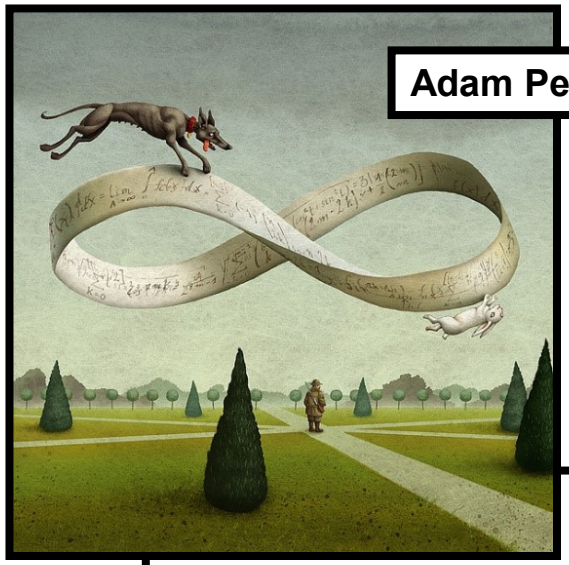
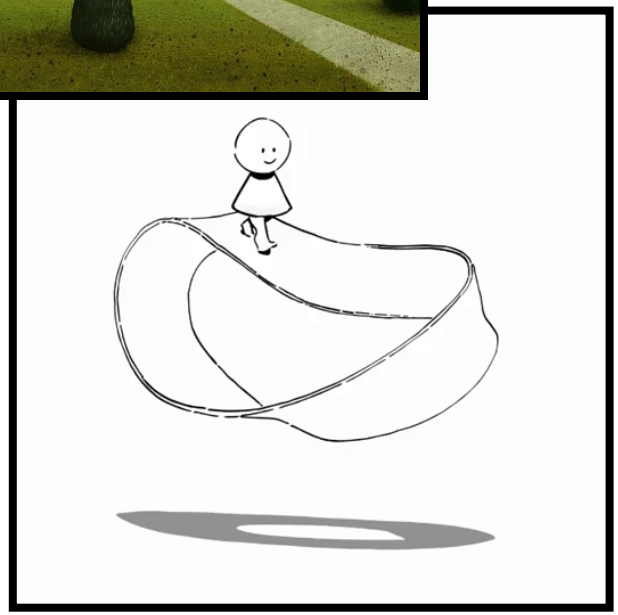
La banda de Möbius: matemáticas que sorprenden e inspiran

Marta Macho Stadler, UPV/EHU





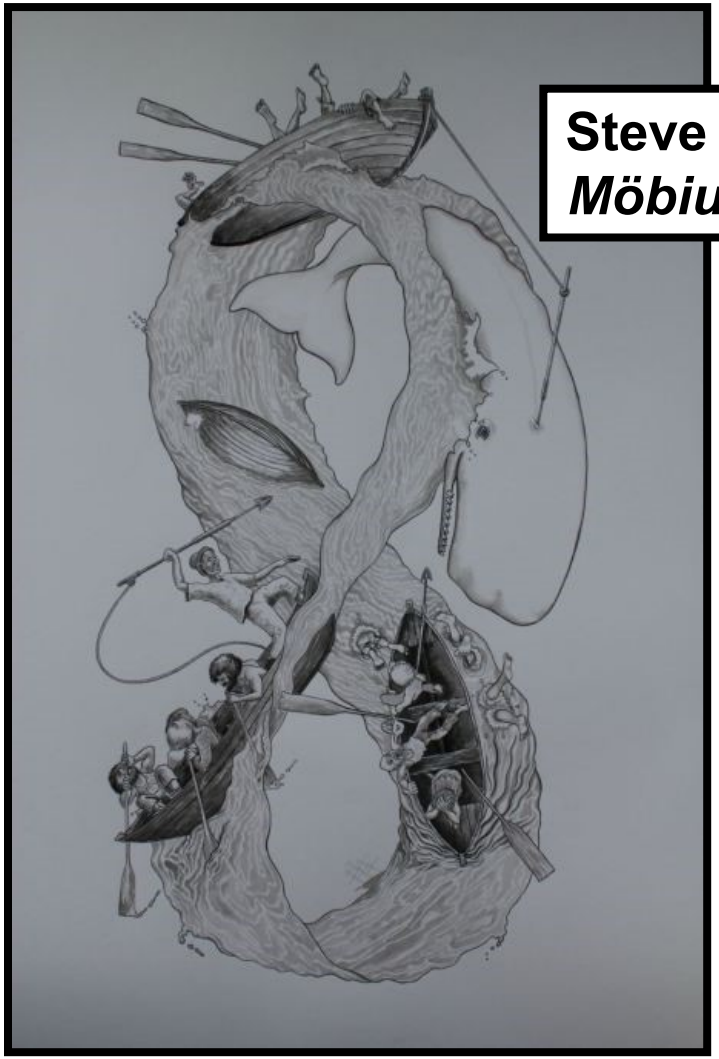
La banda de Möbius es una *superficie* (con borde) que, por sus sorprendentes propiedades se utiliza en campos tan dispares como la matemática, el arte, la ingeniería, la magia, la ciencia, la arquitectura, la música, el diseño, la literatura, etc., ya sea de manera explícita o como una metáfora. Simboliza la naturaleza cíclica de muchos procesos, la eternidad, el *infinito*…

El todo es uno afirma este ***OUROBOROS*** del Egipto alejandrino. Representa el *círculo* materializado en la figura del animal del eterno retorno: es una **banda de Möbius**…

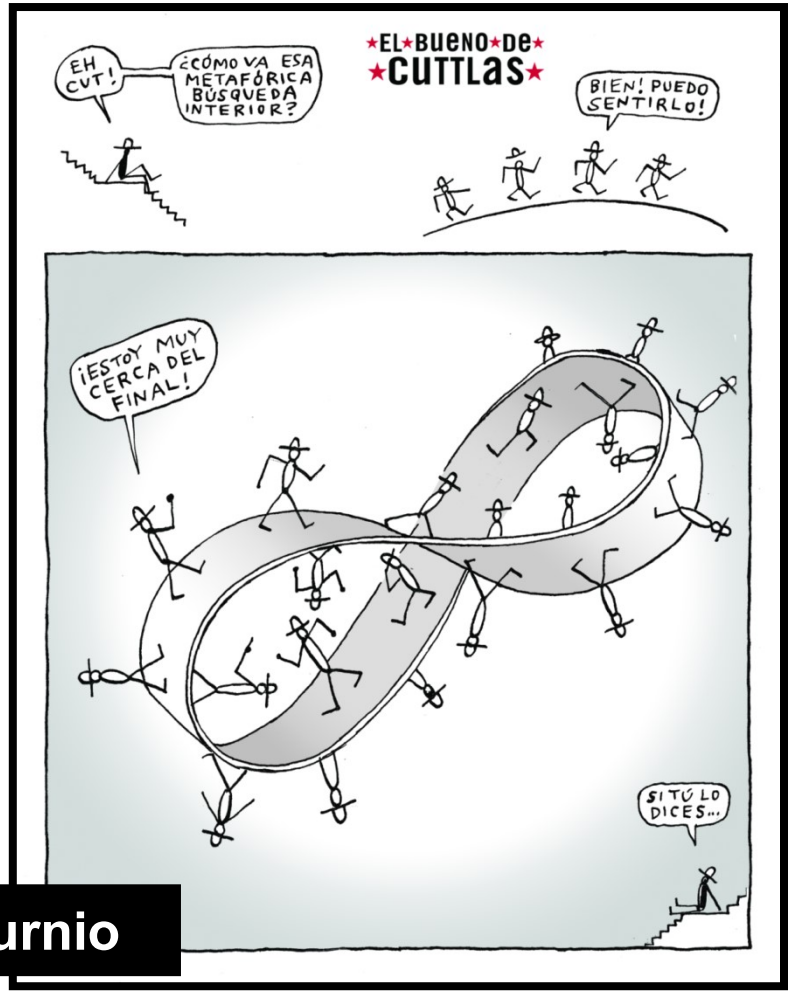
La banda de Möbius: matemáticas que sorprenden e inspiran

1. Unas pocas matemáticas para empezar (bien)
2. Retorcidas patentes
3. Arquitectura con dobleces
4. Diseñando con muchos giros
5. Arte con extrañas vueltas
6. En ocasiones... ¡veo bandas!

1. Unas pocas matemáticas para empezar (bien)



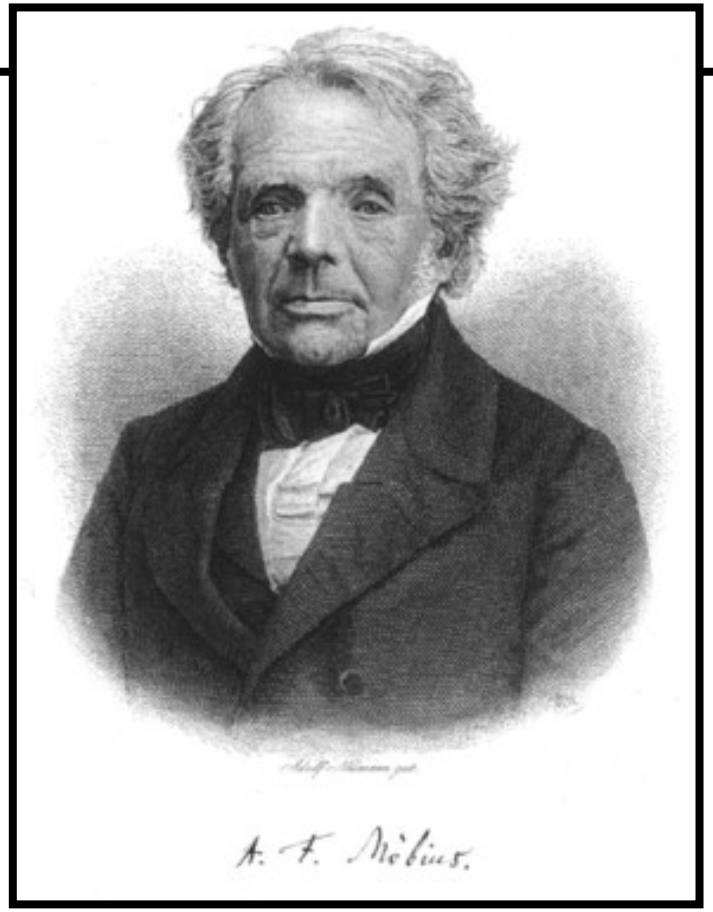
Steve Dales:
Möbius Dick

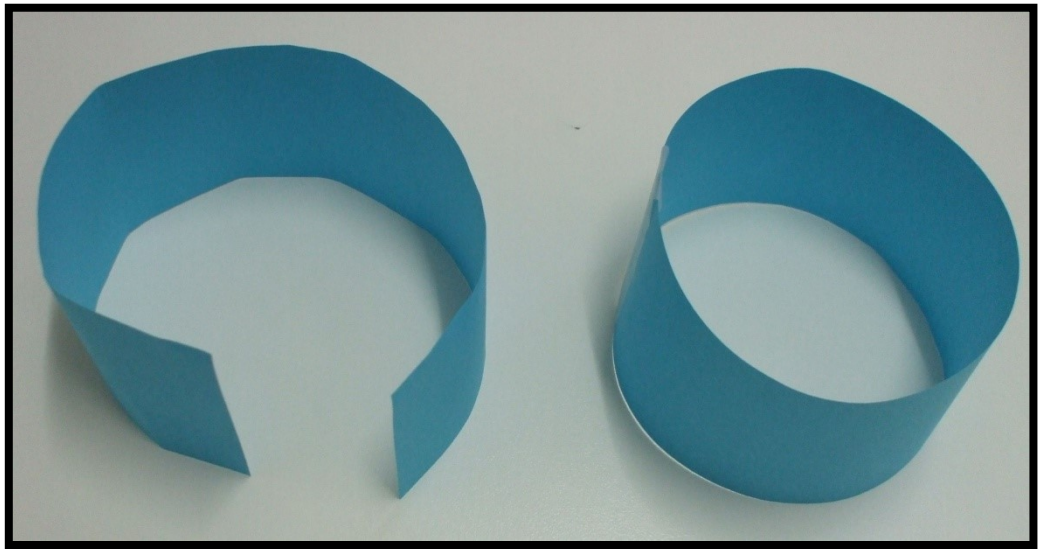


Calpurnio

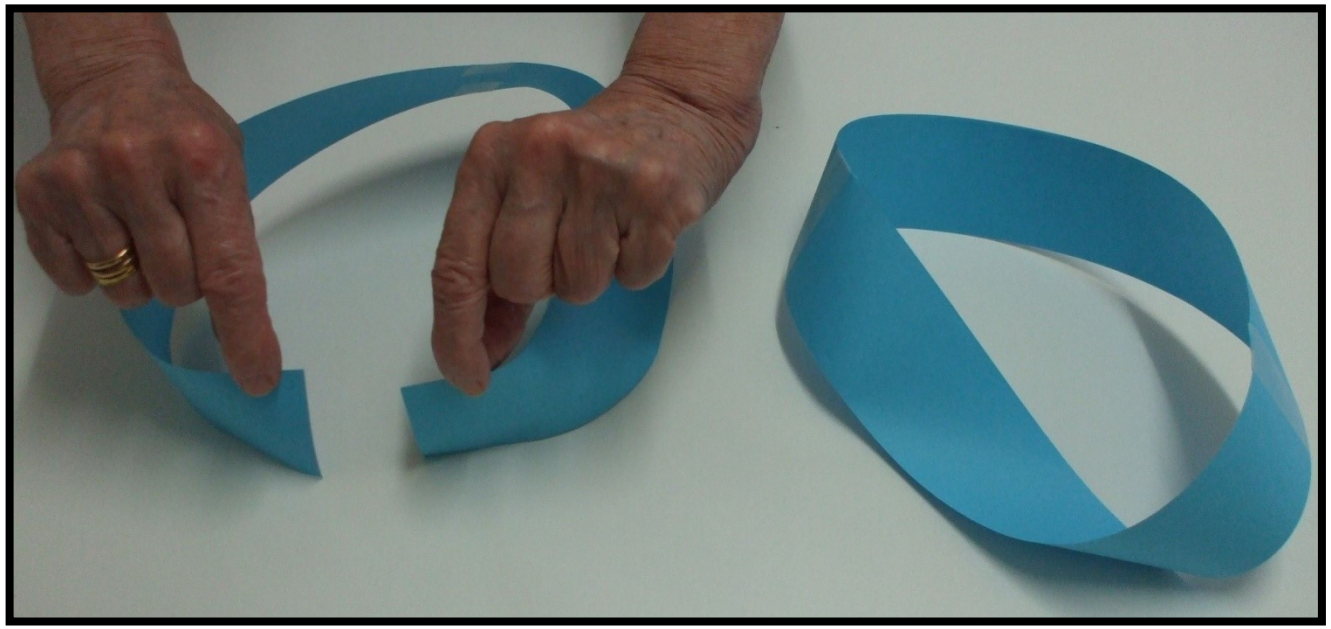
Haciendo TOPOLOGÍA

Las propiedades matemáticas de la banda de Möbius fueron descubiertas en 1858 de forma independiente por el matemático y astrónomo August Ferdinand Möbius (1790-1868) y por el considerado como fundador de la *topología* Johann Benedict Listing (1808-1882).





Si se toma una tira de papel y se pegan los extremos se obtiene un *cilindro*, es decir, una superficie que tiene como bordes dos circunferencias disjuntas y dos lados.

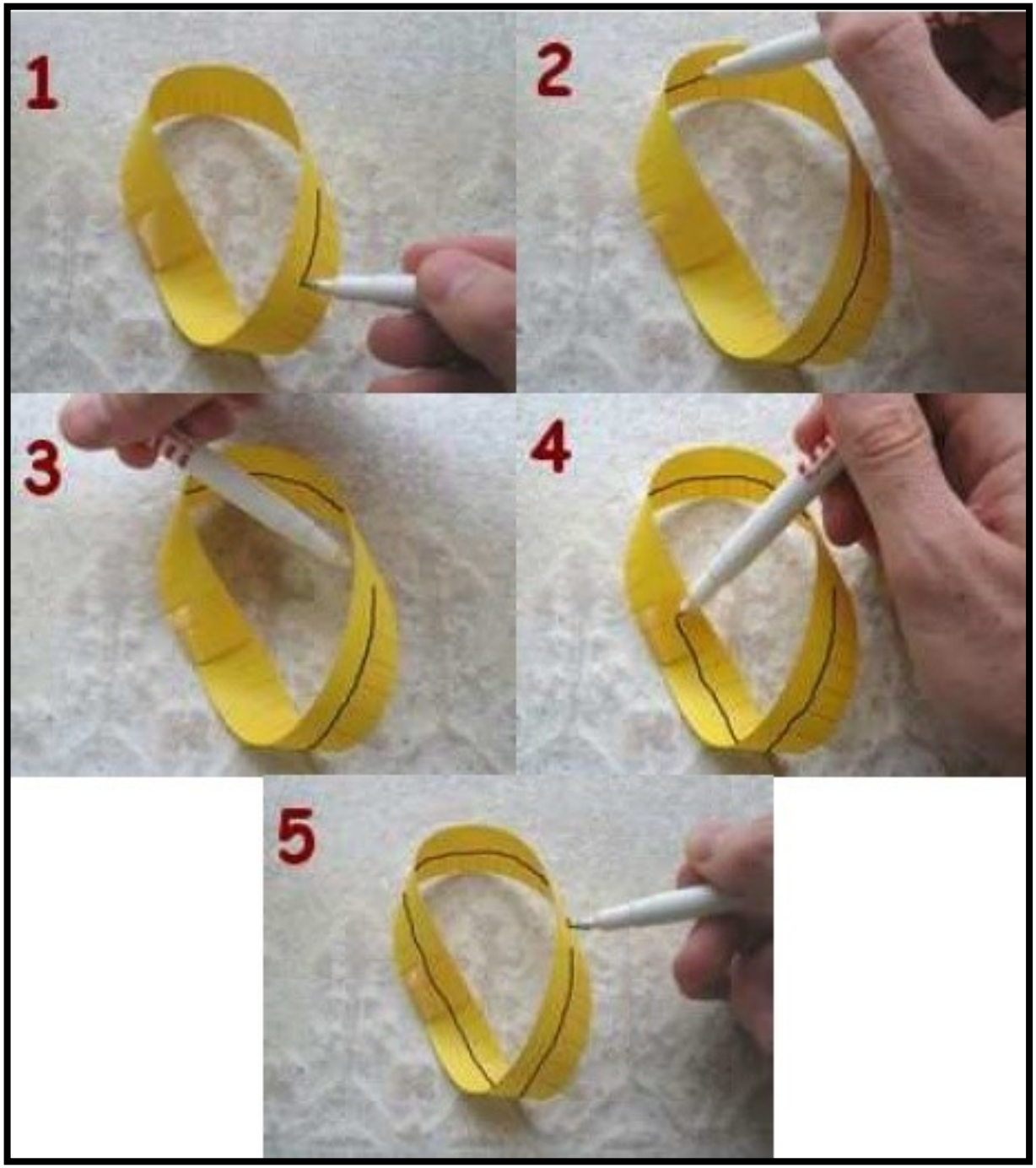


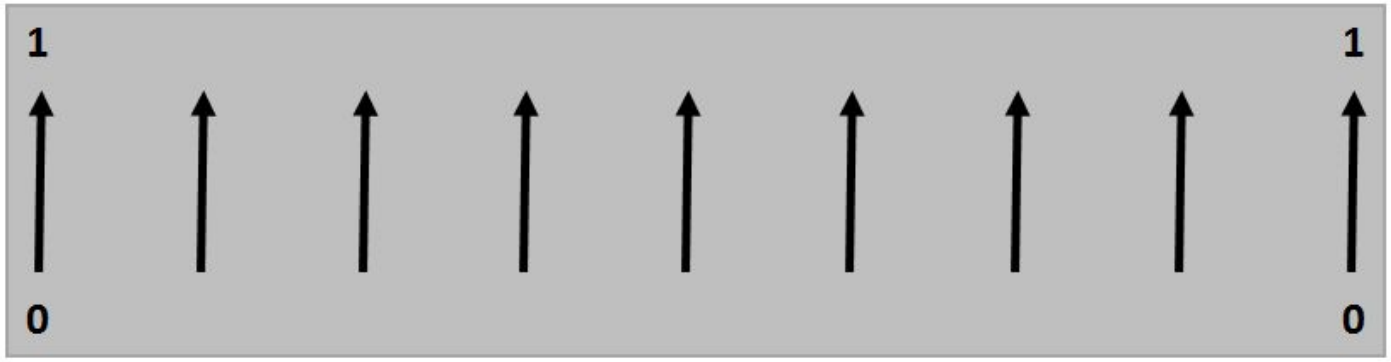
Si se hace lo mismo, pero antes de pegar los extremos se gira uno de ellos 180^0, se obtiene es una *banda de Möbius*.

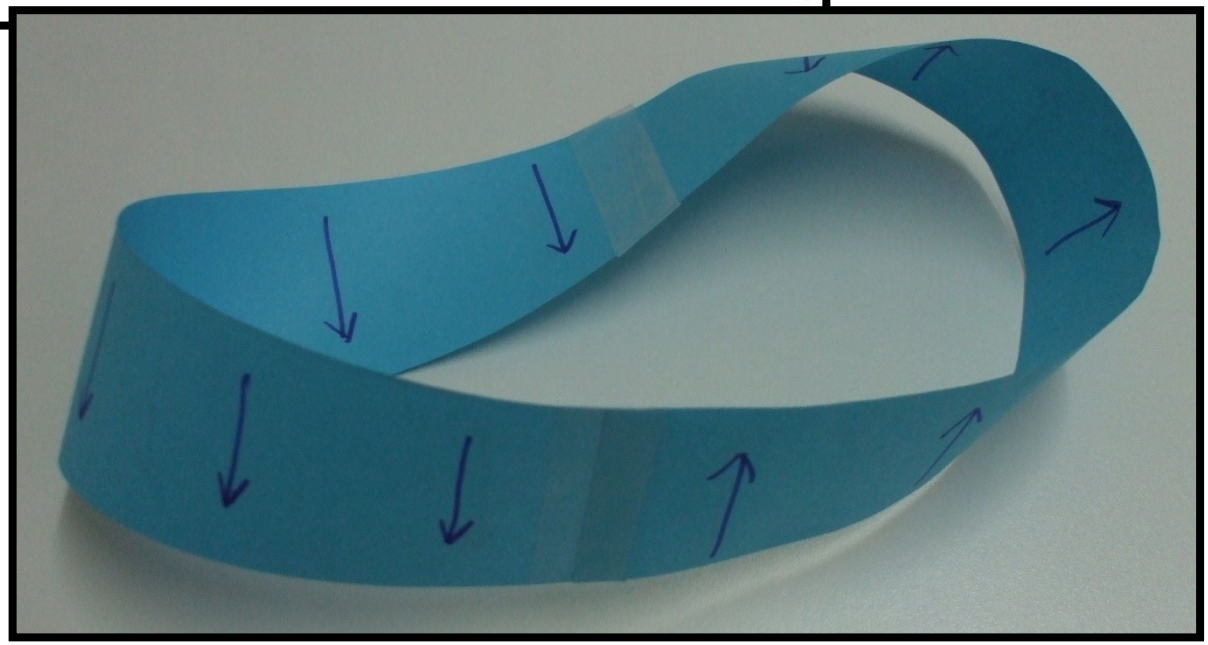
1.- La banda de Möbius sólo tiene una cara (y un único borde)

Dado de un solo lado para jugar a juegos de rol. Se utiliza para resolver conflictos (¿?):

In this way 1-sided dice make your game move faster and better.

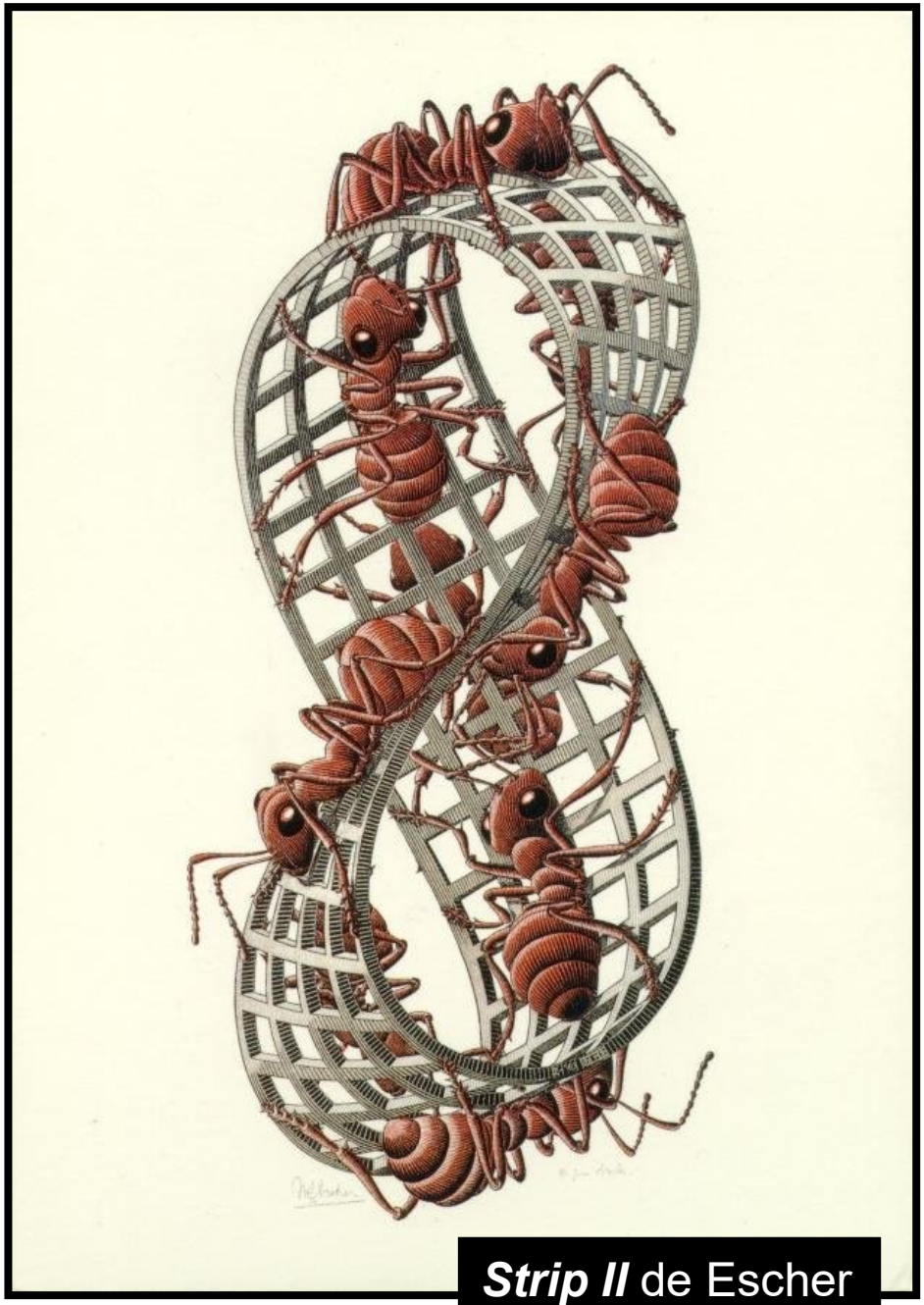




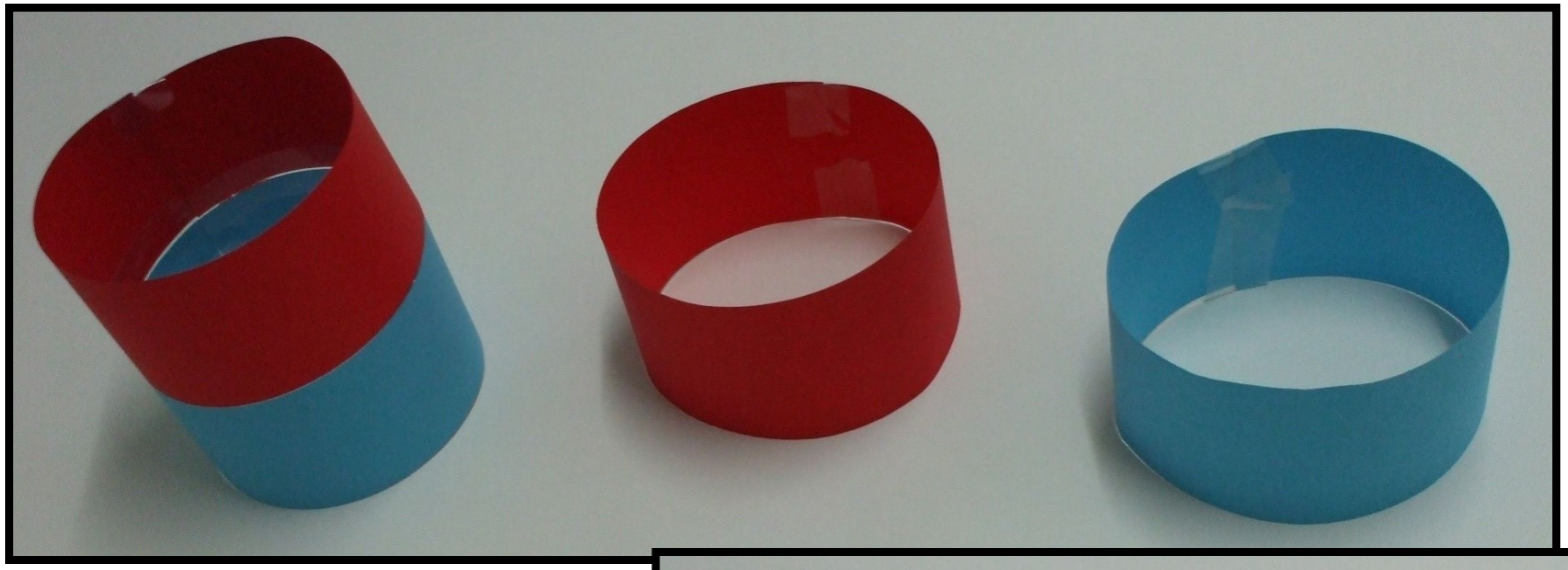


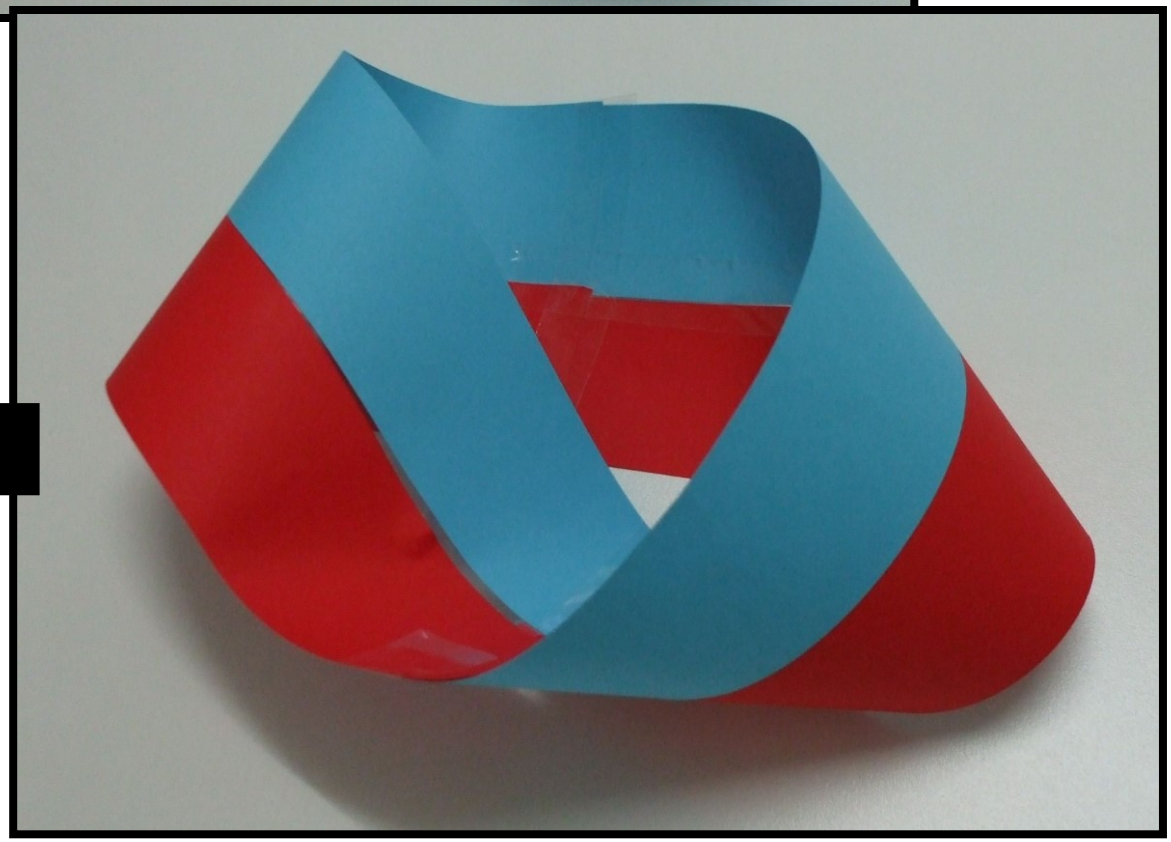
2.- La banda de Möbius es *no orientable*: dibuja por ejemplo una flecha sobre la banda, y muévela a lo largo de su única cara… observa que cuando regresas al punto de partida, ¡la flecha ha cambiado de sentido!

¿Qué se obtiene si antes de pegar los extremos de la tira de papel se gira uno de ellos 360^0? Se trata (topológicamente) de un cilindro: este objeto y el obtenido al pegar sin realizar ningún giro son *homeomorfos*; se está identificando (pegando) del mismo modo en ambos casos. Sólo hay dos posibilidades al pegar una banda por dos de sus extremos opuestos: o bien se obtiene un cilindro (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo par de 180^0) o bien una banda de Möbius (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo impar de 180^0)…

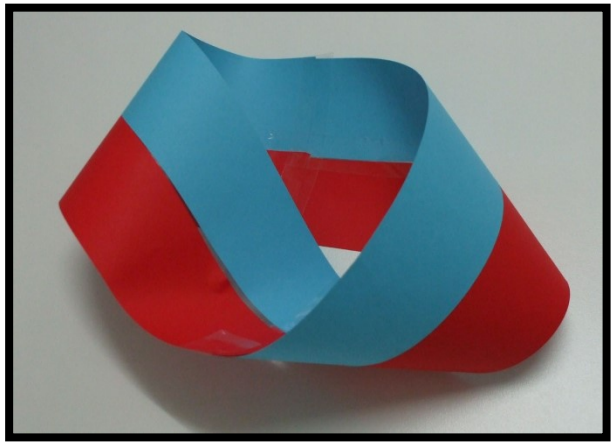


Strip II de Escher

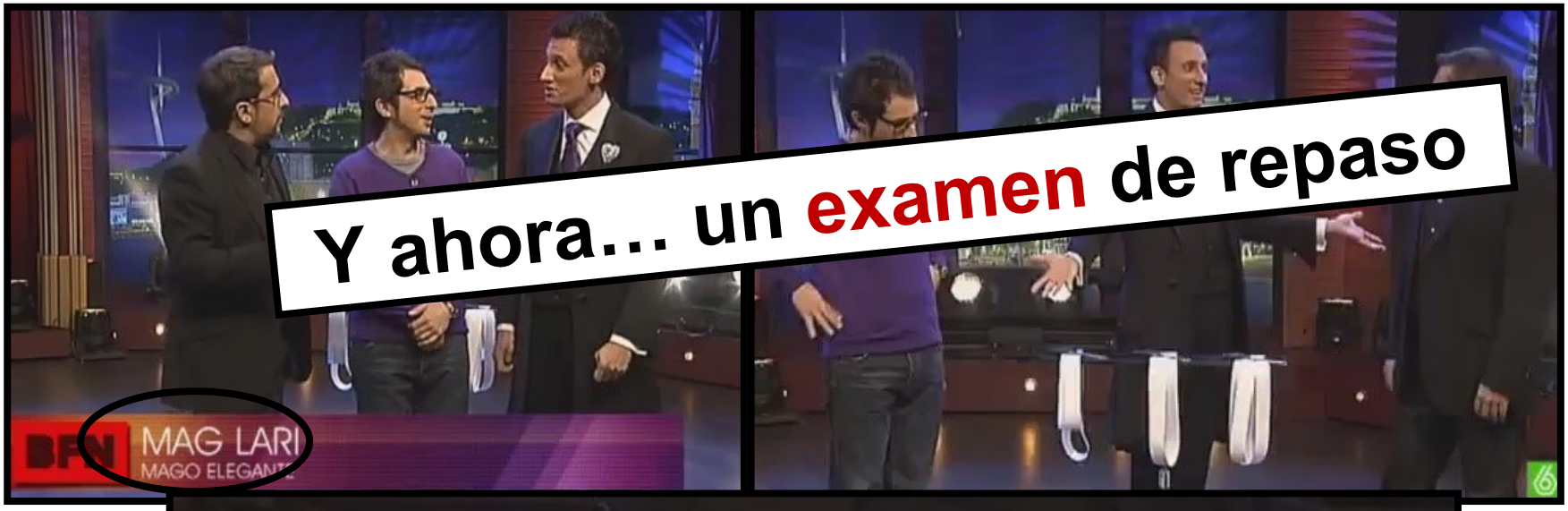




Un experimento…



Es un ***cilindro*** (posee dos caras).



Y ahora… un examen de repaso

BFM
MAG LARI
MAGO ELEGANTE

Mag Lari

Berto

Buenafuente

Cilindro

Berto

Buenafuente

Cilindro

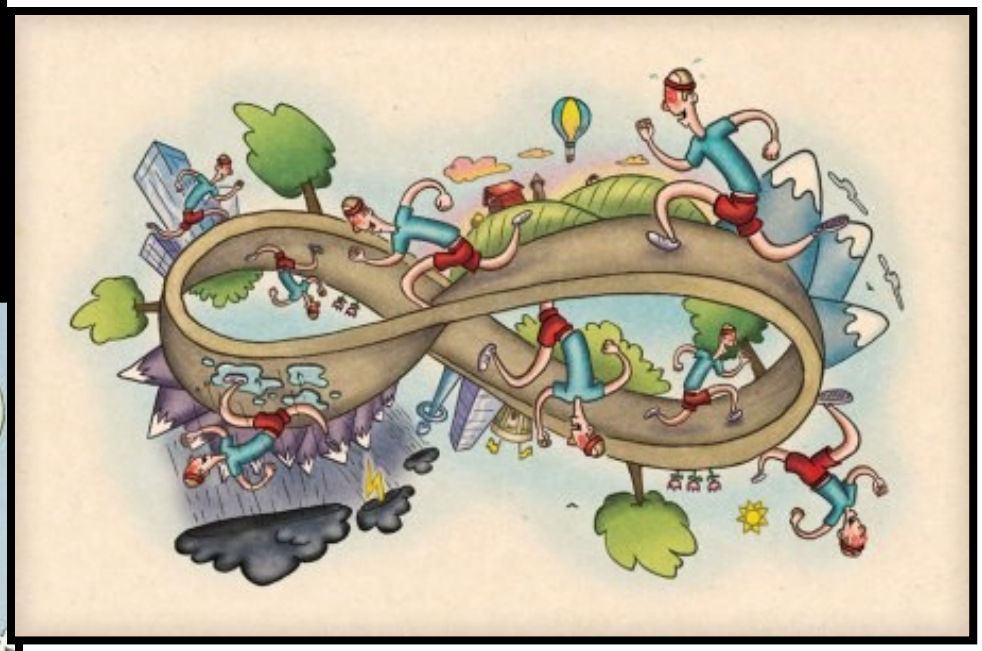
Banda de Möbius

Buenafuente

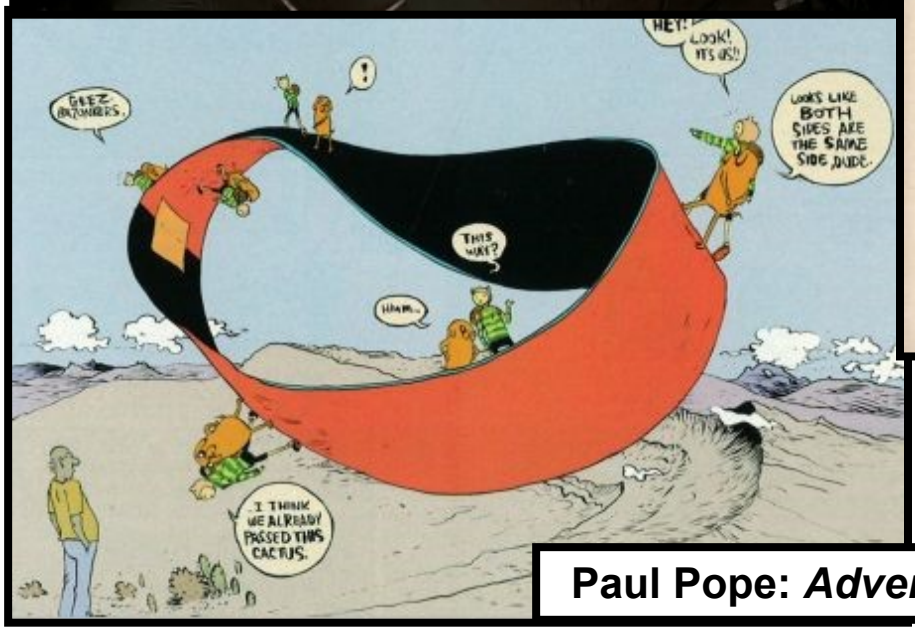
Cilindro (con giro de 360 grados)

2. Retorcidas patentes

Robert Whitman



Scott DuBar: *Running Addiction*

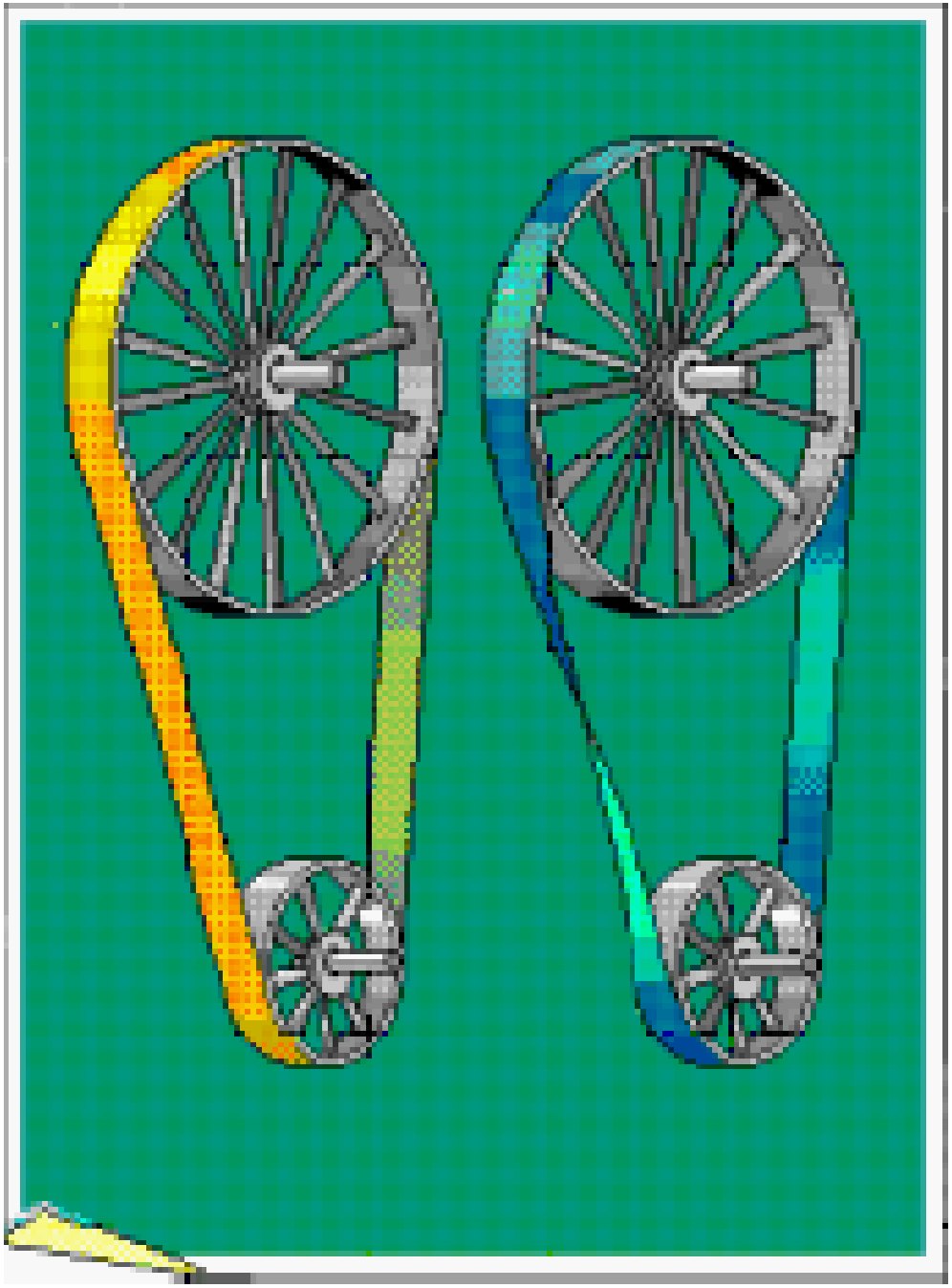


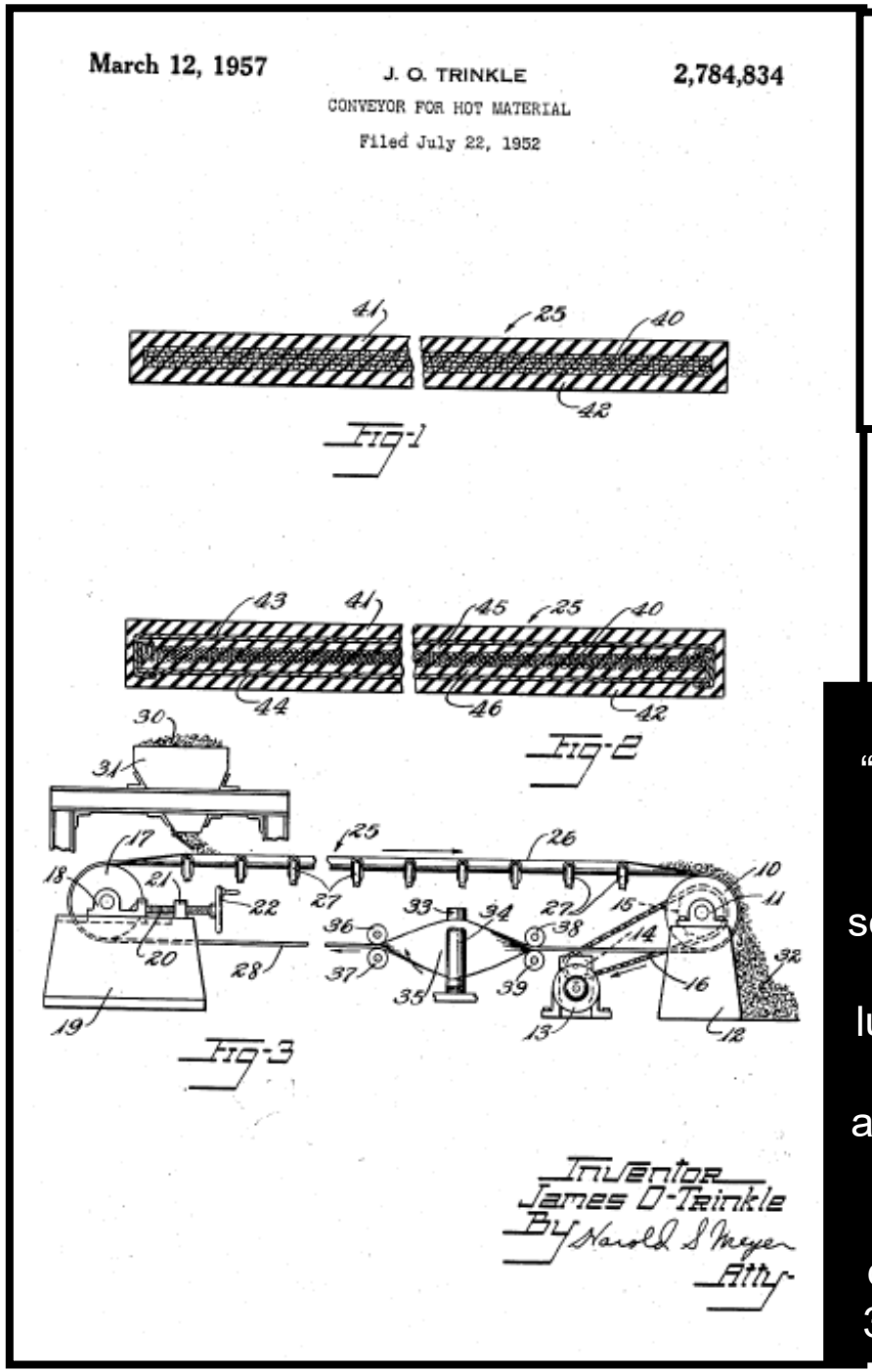
Paul Pope: *Adventure Time*

En 1923, Lee De Forest obtuvo una patente norteamericana para una **película de Möbius** que grababa el sonido *en ambas caras.*

http://en.wikipedia.org/wiki/Phonofilm

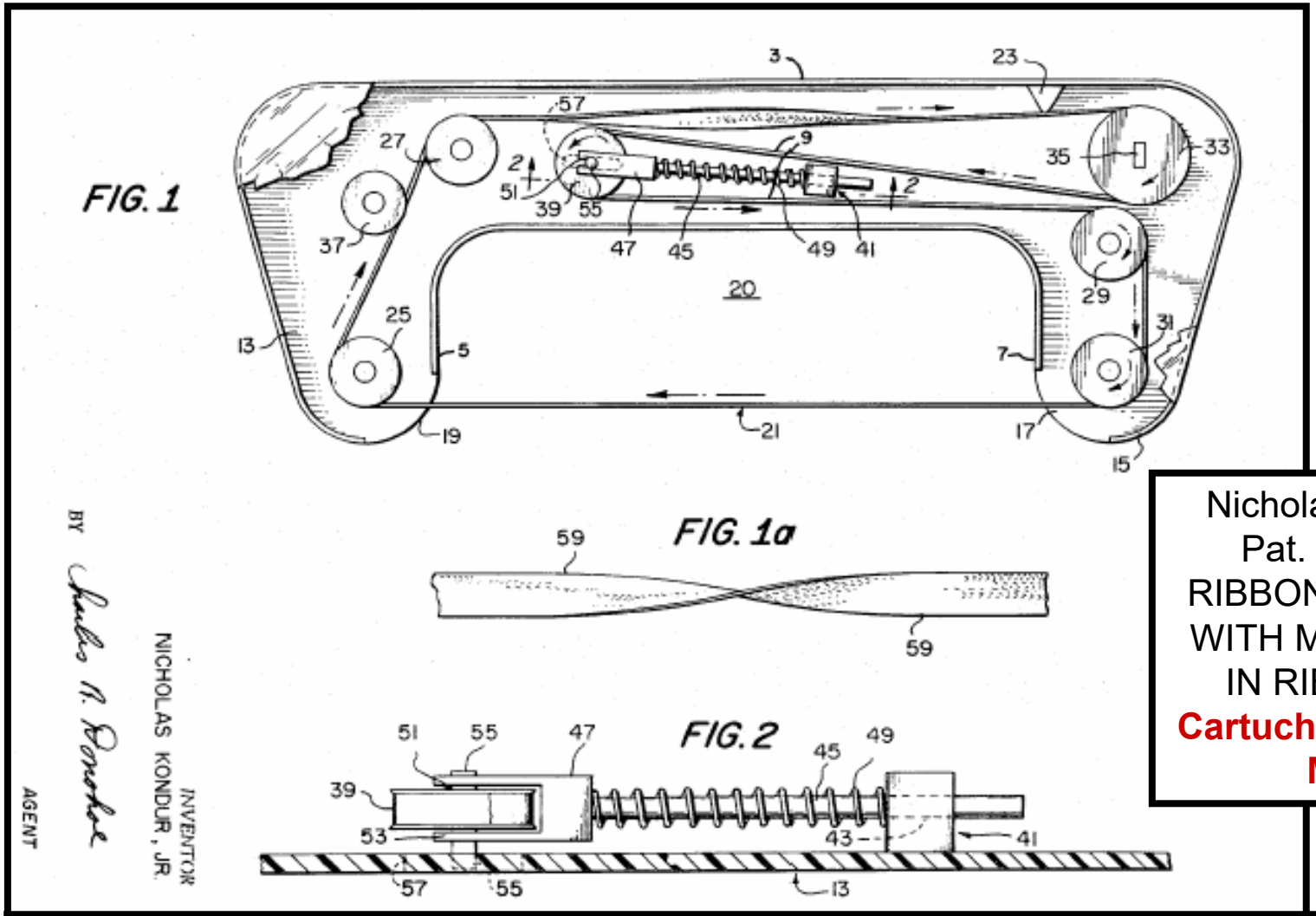
Esta misma idea se aplicó después a **cintas magnetofónicas**, que pueden grabar el doble de tiempo que las normales.





James O. Trinkle, Pat. # 2.784.834
CONVEYOR FOR HOT MATERIAL, 1957
Transportadora para material caliente
Trabajaba en la B.F. Goodrich Co. y patentó una cinta transportadora flexible de Möbius para llevar materiales calientes (cenizas o arena de fundición).

El "torcido" de Möbius se realiza en el lugar 35, con ayuda de los rodillos de guía 33 y 34.



Nicholas Kondur Jr.,
Pat. #3.621.968
RIBBON CARTRIDGE
WITH MOBIUS LOOP
IN RIBBON, 1971
Cartucho con cinta de Möbius

Es un cartucho con cinta tintada para escribir o imprimir. La banda tintada tiene un semi giro, en forma de cinta de Möbius, que dobla su longitud efectiva. La tinta depositada en la cinta (se mueve por medio de un rodillo transportador) puede volverse a llenar por medio de una almohadilla de tinta que está en contacto con la cinta.

3. Arquitectura con dobleces

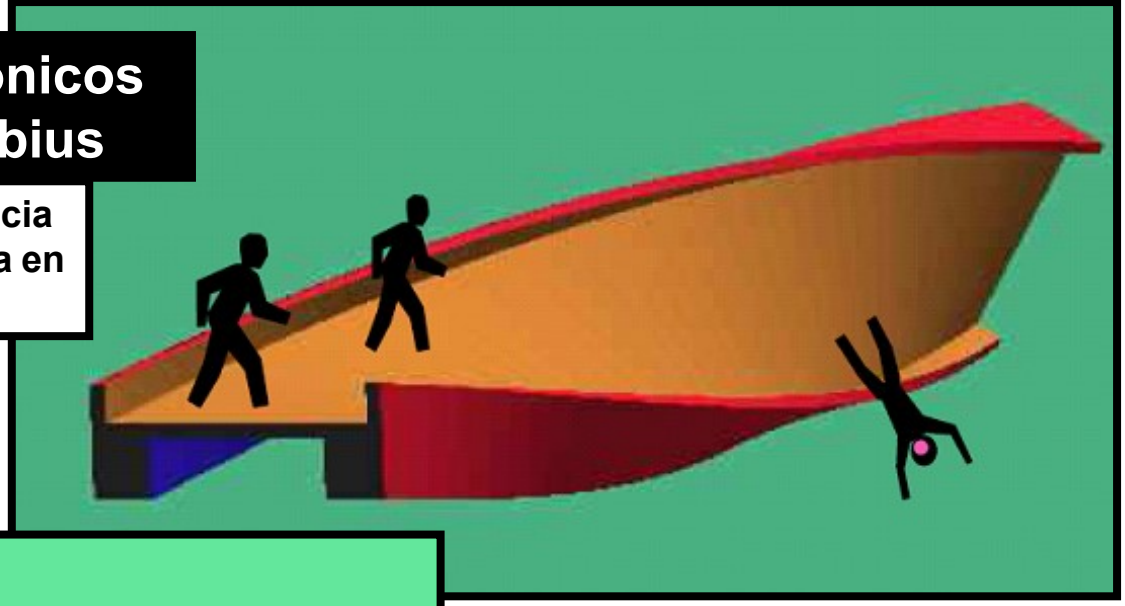
En arquitectura se encuentran variados ejemplos de proyectos basados en la banda de Möbius, ya sea en términos de forma y estructura, ya de manera espacial.

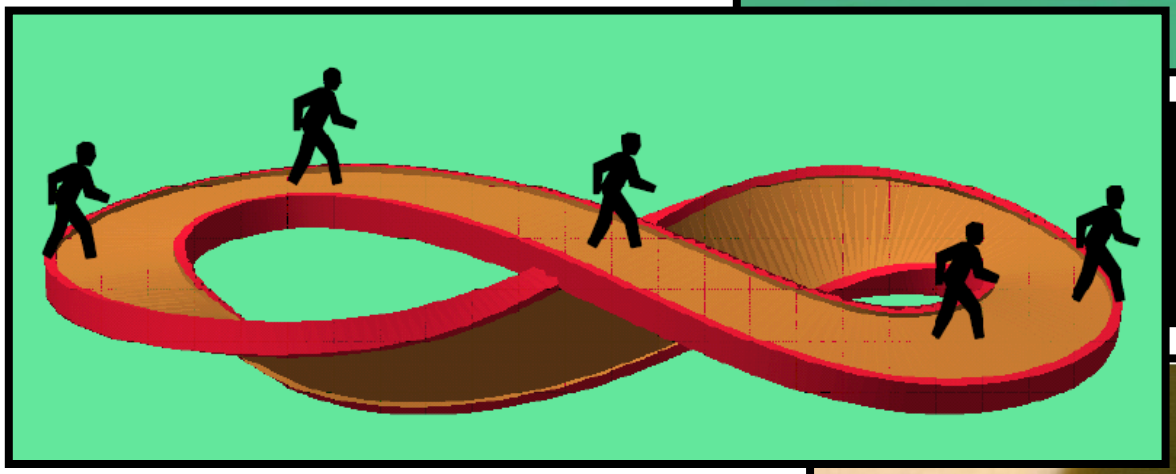
Los conceptos que se manejan son el de la infinitud y la paradoja que rodean a la banda de Möbius, que se transportan en arquitectura a través de los giros, la continuidad y el dinamismo de las figuras. Estas propiedades tienen un gran potencial en arquitectura, aunque su dificultad de puesta en marcha precisa pasar por el uso de técnicas informáticas variadas.

The Dance of Eternity de Susan Dorothea White

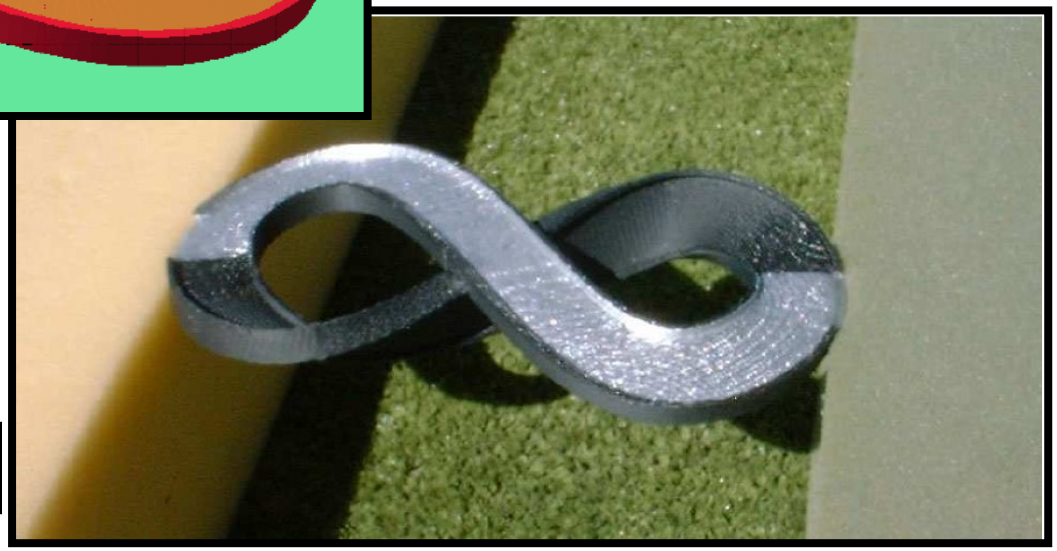
Varios proyectos arquitectónicos basados en la banda de Möbius

Carlo H. Séquin es catedrático de Ciencia de la computación en la U. de California en Berkeley.

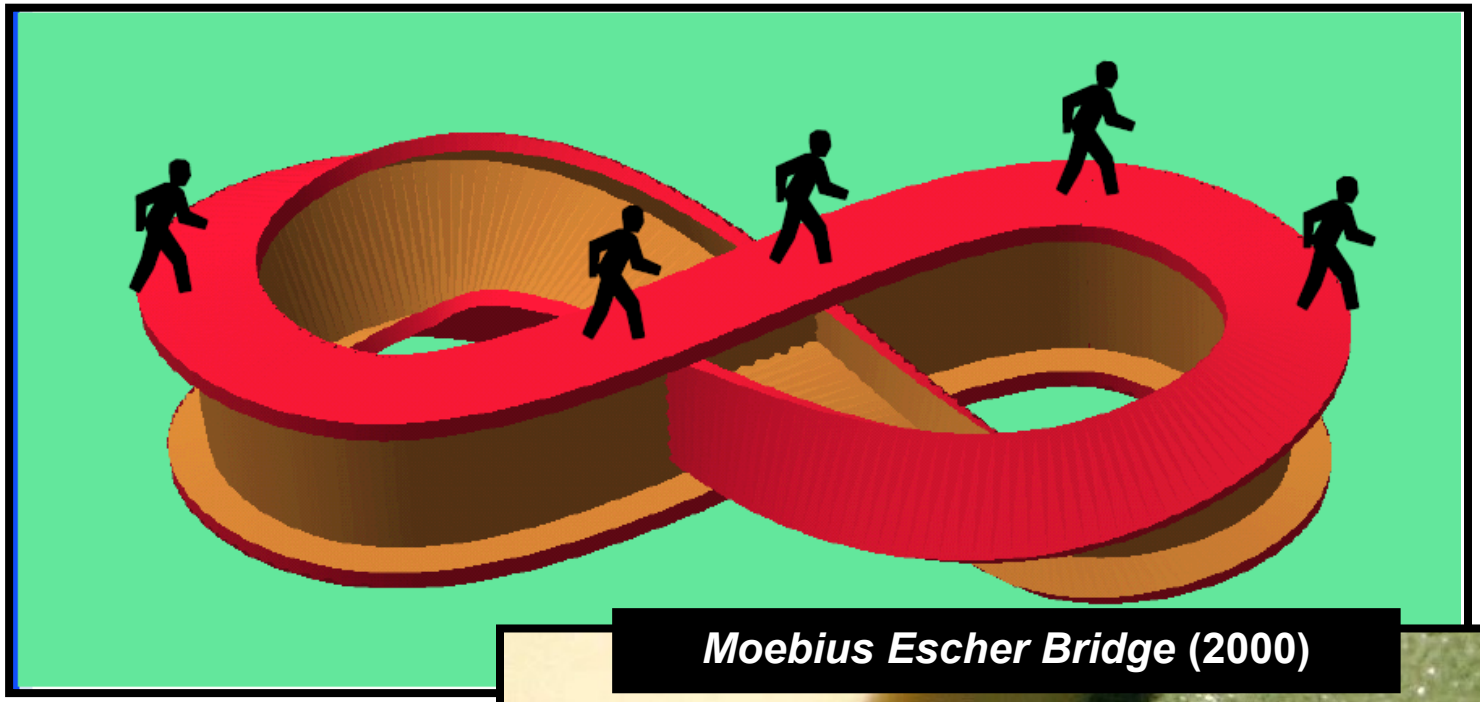


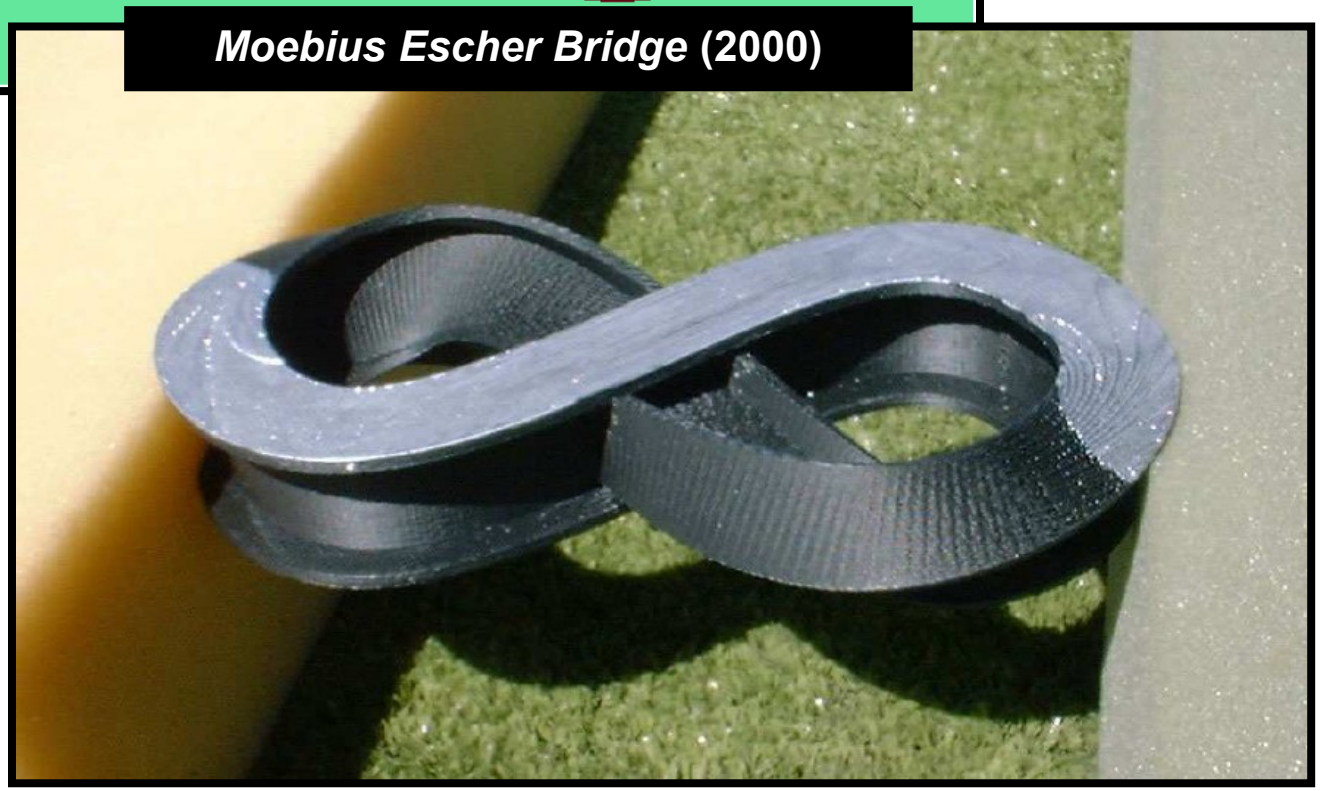


BRIDGES, Winfield KS, 2000
Es difícil caminar sobre este puente...



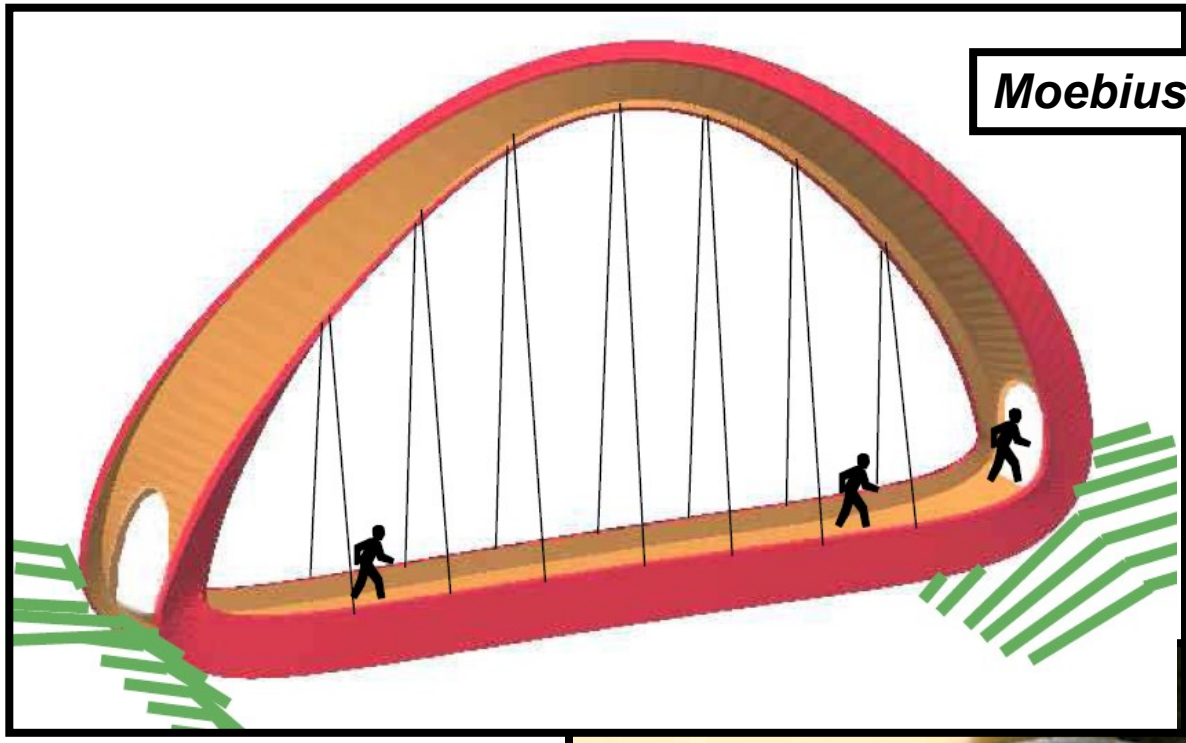
Inspirada en Möbius ***Strip II*** de Escher





***Moebius Escher Bridge* (2000)**

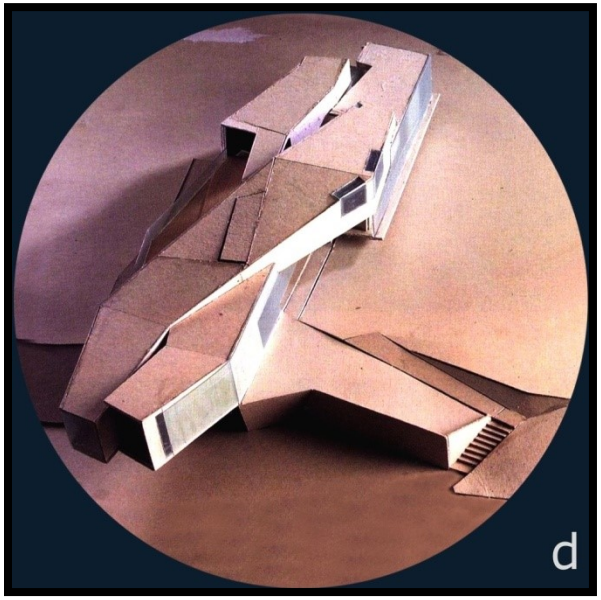
***Moebius Suspension Bridge* (2000)**



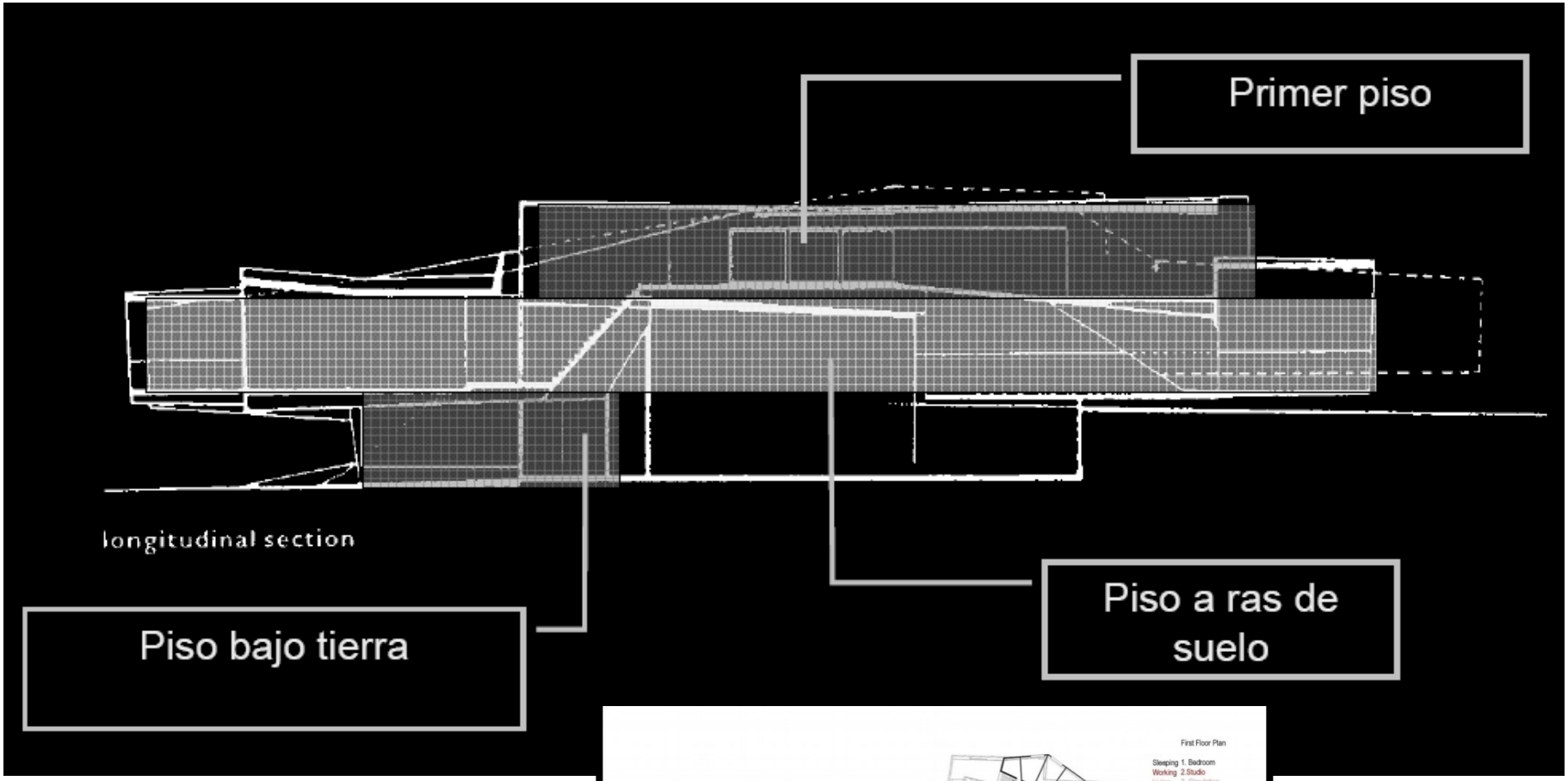
Casa de Möbius
Ben Van Berkel

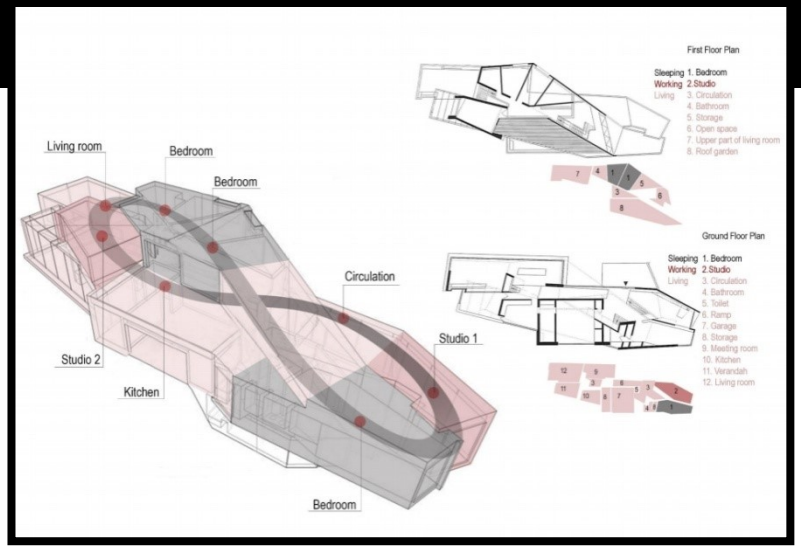
La ***Möbius House*** surge en Het Gooi, zona cercana a Amsterdam caracterizada por una baja densidad constructiva y por una serie de villas rodeadas de bosques, praderas y páramos. Ha sido diseñada y construida por el arquitecto **Ben van Berkel**.
La vivienda se estructura en 3 niveles, con 2 estudios en cada uno de los extremos para las respectivas profesiones de sus propietarios, 3 dormitorios, la sala de reuniones, la sala de estar, la cocina, el almacén y un invernadero en la parte superior. La casa debía entrelazar las diferentes actividades de cada miembro de la familia: trabajo, descanso, actividad social, vida familiar, e incluso tiempo de soledad. La vivienda adopta aspectos del entorno y, desde el interior, los habitantes tienen la impresión de estar paseando por el campo. La percepción de movimiento se consolida a través de las distintas posiciones de los dos principales materiales utilizados en la casa: el vidrio y el hormigón. Éstos se mueven uno frente al otro, intercambiando sus espacios de forma que, al girar el bucle desde dentro hacia fuera, el entramado exterior de hormigón se transforma en mobiliario y escaleras en el interior, y la fachada de vidrio pasa a ser la división natural de las estancias...

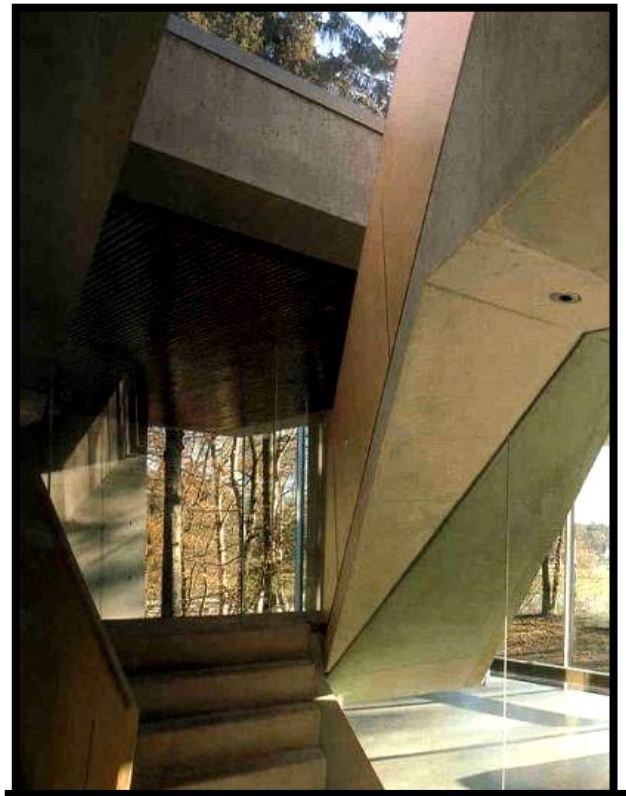
https://www.unstudio.com/en/page/12105/möbius-house

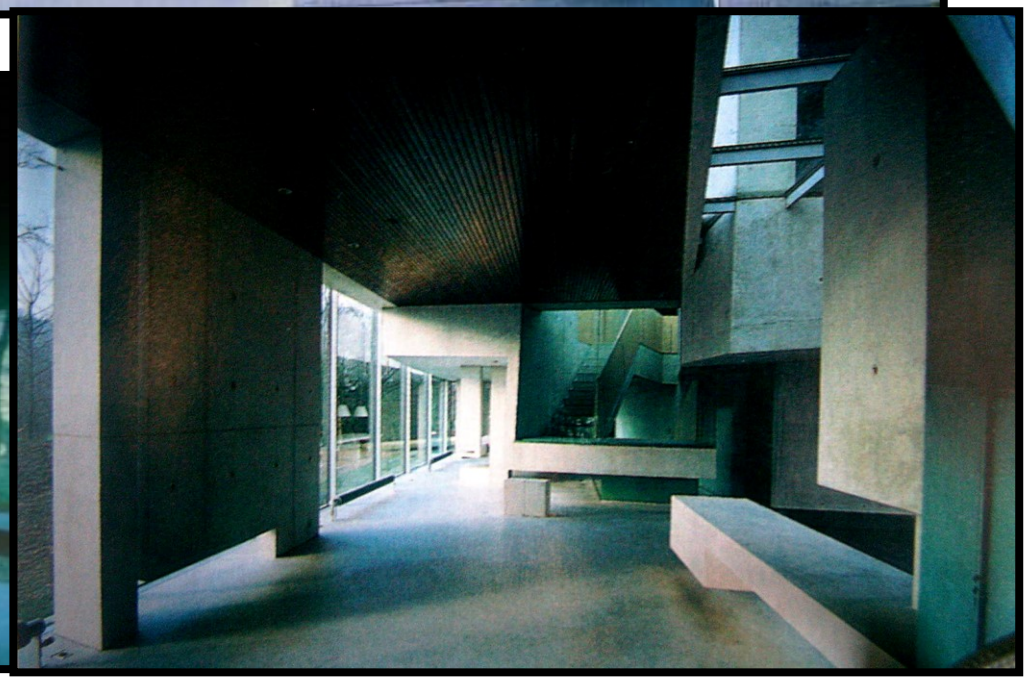

d

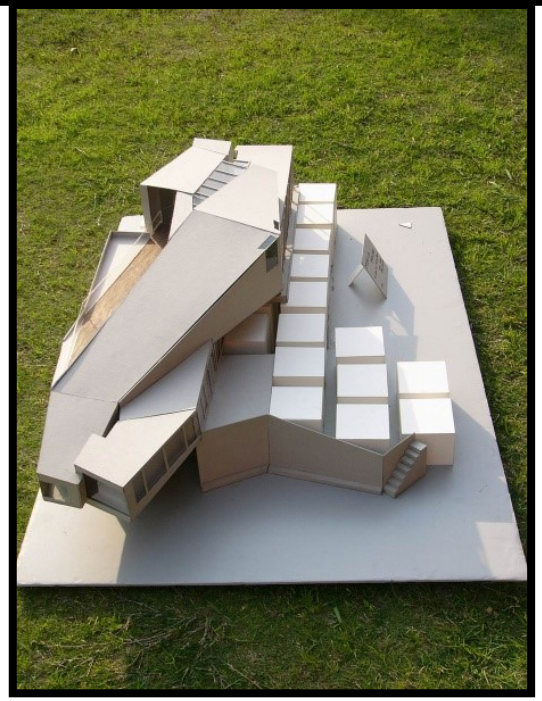
Habitación niños
Estudio 2
Cocina
working
living
Garaje
sleeping
Sala de estar
Dormitorio
living
Sala de visitas
Piso invitados
working
sleeping
Entrada
Almacén
Estudio 1


Primer piso
longitudinal section
Piso bajo tierra
Piso a ras de suelo


First Floor Plan
Sleeping 1. Bedroom
Working 2.Studio
Living 3. Circulation
4. Bathroom
5. Storage
6. Open space
7. Upper part of living room
8. Roof garden
Ground Floor Plan
Sleeping 1. Bedroom
Working 2.Studio
Living 3. Circulation
4. Bathroom
5. Toilet
6. Ramp
7. Garage
8. Storage
9. Meeting room
10. Kitchen
11. Varandah
12. Living room
Living room
Bedroom
Bedroom
Circulation
Studio 1
Studio 2
Kitchen
Bedroom

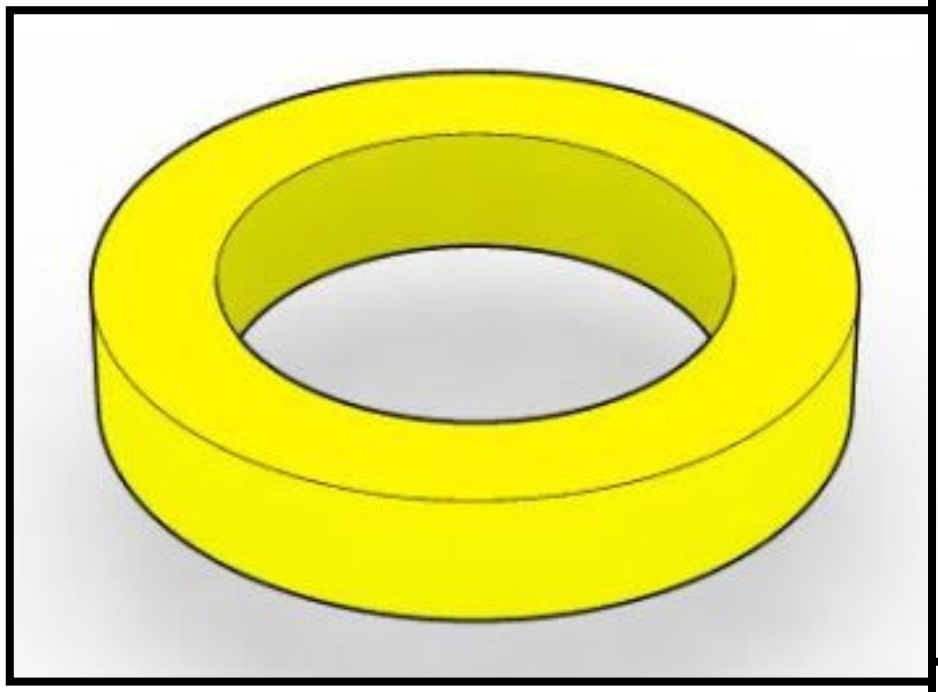


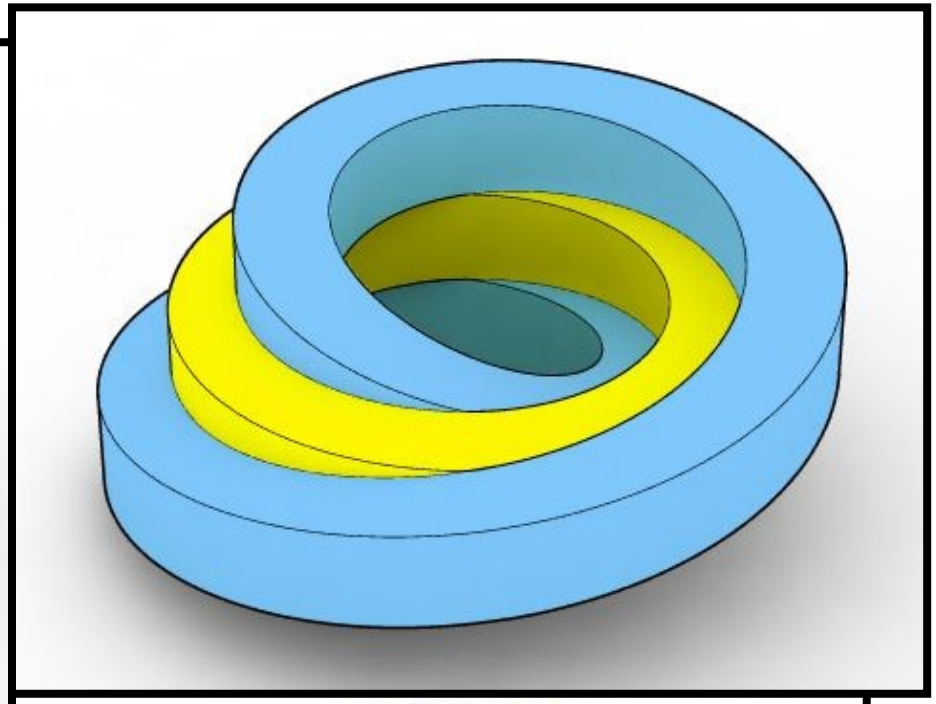




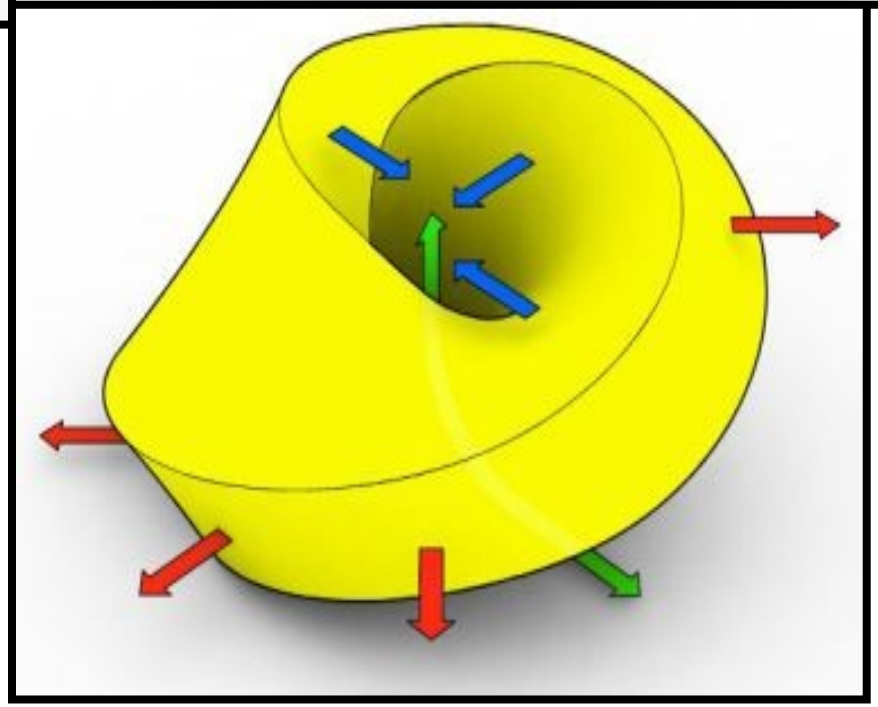
Biblioteca Nacional de Astaná en Kazajistán

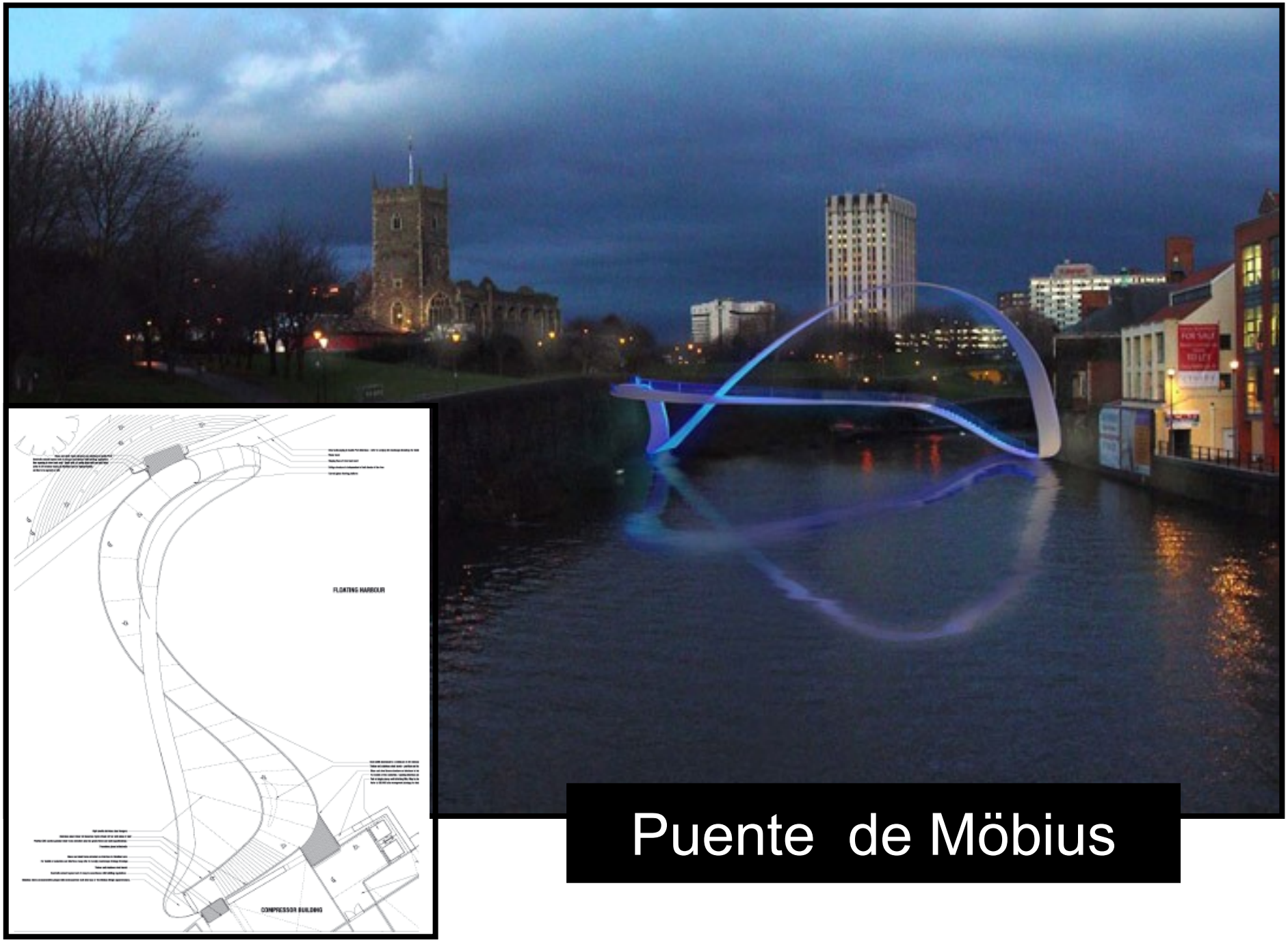
Firma danesa de arquitectos BIG



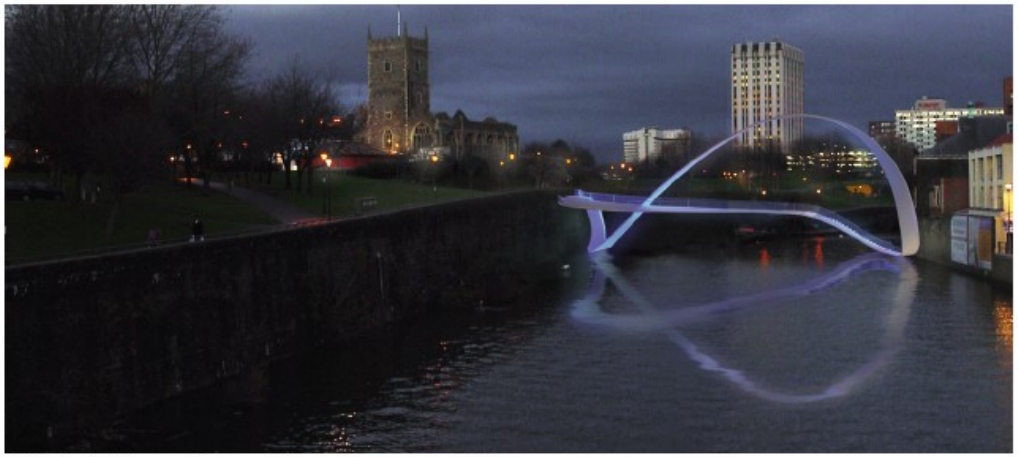


El **círculo** interior alberga los archivos nacionales, la **espiral** se dedica a los espacios públicos y la **envolvente** exterior tiene forma **de banda de Möbius.**





Puente de Möbius



↑ The deck, arch and pier are one and the same, which gives the structure an economy and lightness.

Mobius Bridge, Bristol

Connecting one bank to another is only one aspect of Hakes Associates' bridge designs.

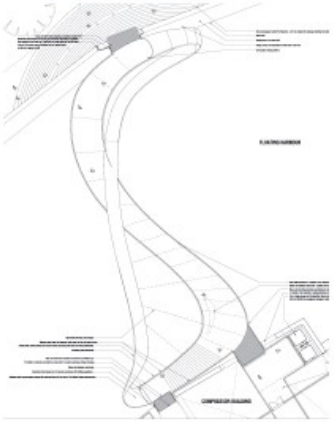
UNITED KINGDOM — TEXT: KIRSTEN HANNEMA

Julian and Carl-Janie Hakes's partnership seems to be founded on winning competitions – the first one in 1995 when they were still studying at Cambridge University, the next one in 2000, when they formed Hakes Associates. In 2004 and 2005 they went on to win two more competitions in England with their designs for the Mobius in Bristol and the Bridge of Hope in Liverpool. They are currently working on designs for two 300-metre-long cycle/pedestrian bridges in Boston (USA) and two 500-metre-long highway bridges in Kuwait. It's starting to look very much as if striking bridge designs will become their trademark.

The Mobius Bridge design, developed in collaboration with Buro Happold, is a typical example of Hakes Associates' style. Inspired by the endless Möbius loop, the new pedestrian and cycle river crossing is a dynamic, continuously tied structure that is physically and structurally independent of both riverbanks in order to avoid forces that could damage the adjacent buildings and archeological remains on the site. The geometry of the bridge has been carefully chosen to produce an effective structural solution in relation to the site constraints. The main span comprises a steel arch in compression, with the deck suspended by relatively small diameter hanger cables. There is a connection between the arch and the deck where the two cross over, and the deck section spans the remaining distance to the end as a beam.

This autonomous construction lends the bridge a sculptural character, turning it into a local landmark and a symbol of the regeneration of the Finzels Reach area of which it is part. ←

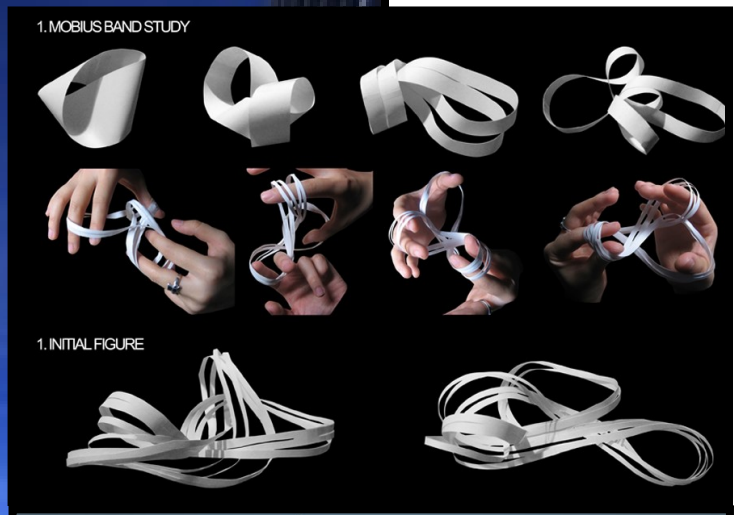
www.hakes.co.uk

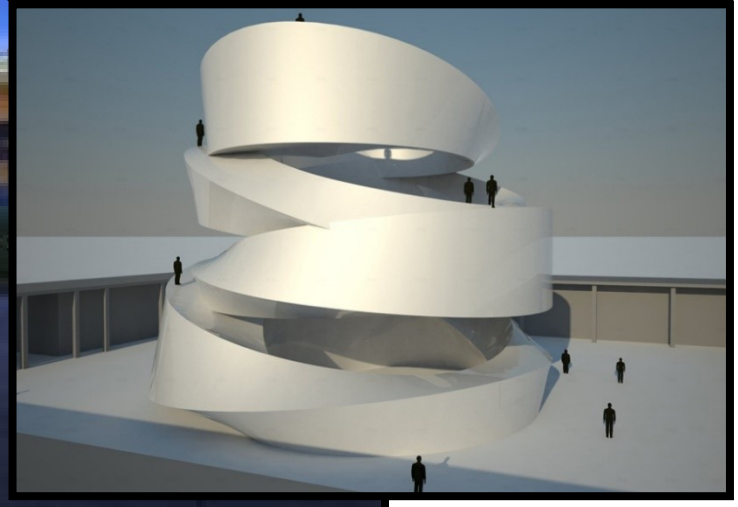


El *Puente de Möbius* en Finzels Reach (Bristol), diseñado por Julian Hakes. Un enlace peatonal y por bicicleta entre el Finzels Reach y el Castle Park.

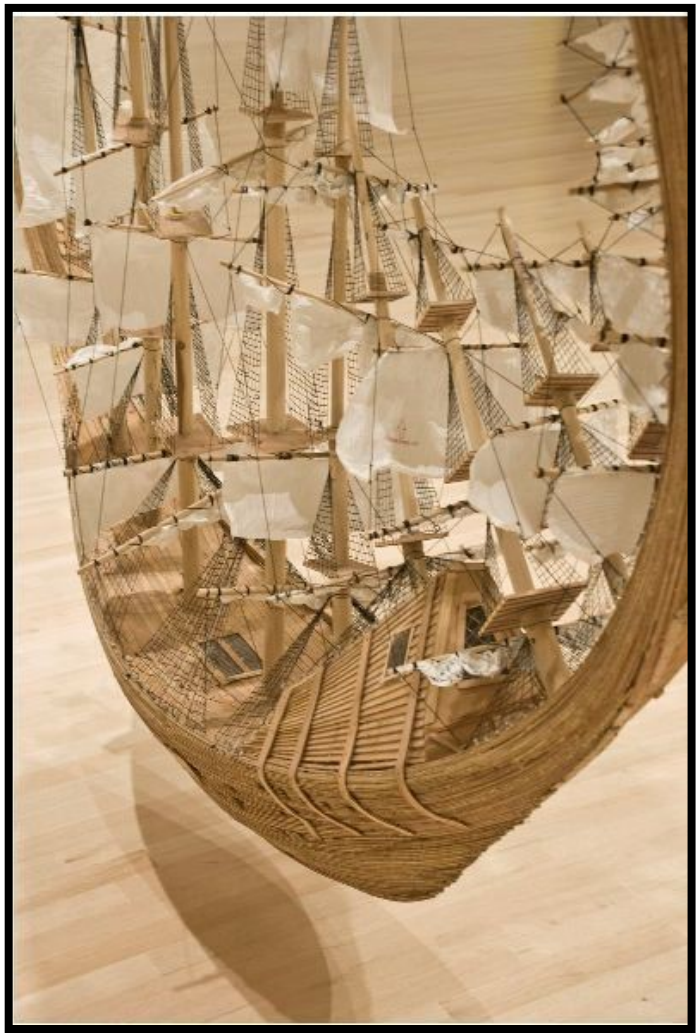
Está inspirado en la infinitud de la banda de Möbius, y construido como una pieza tubular sin *costuras* y retorcida, que es física y estructuralmente independiente de las dos orillas (diseño 2004).

La firma de arquitectos Miliy Design. ¿Construirá? en Taichang (China) un templo budista basado en la banda de Möbius, forma que refleja la idea de reencarnación.





4. Diseñando con muchos giros



Moebius Ship de Tim Hawkinson, Museum of Contemporary Art, Sydney (Australia)

La mesa de café Moebius está compuesta por una base en madera veteada y una superficie de cristal suspendida. La forma de la base crea una delicada sensación de movimiento que mezcla la forma rítmica con la función simple.

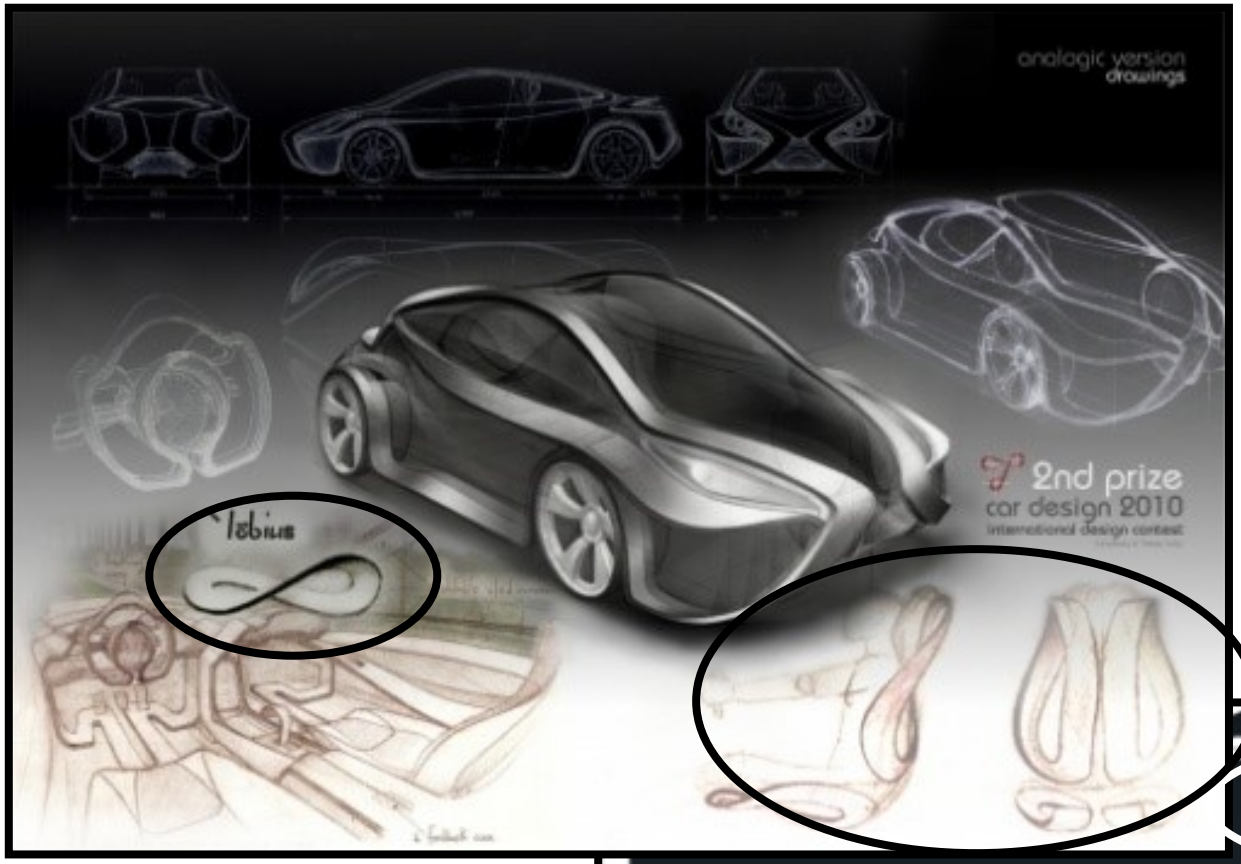
Sofá de Möbius del diseñador belga Gaëtan Van de Wyer. Su forma ***retorcida*** de **banda de Möbius** hace de este sofá un lugar ideal para conversaciones animadas y citas románticas…

14K Gold Mobius Jewelry. Gold ~ Retorcido por el Sol. Atrae la prosperidad y proporciona una "iluminación"especial a su dueña/o.

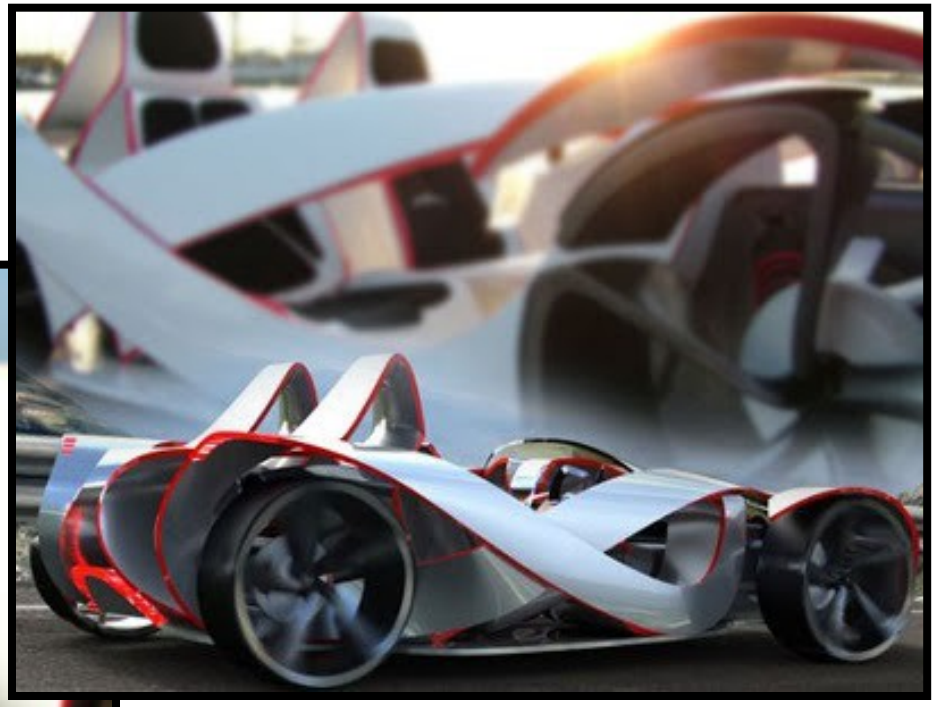
El anillo de sólo un lado: un símbolo de la unidad…

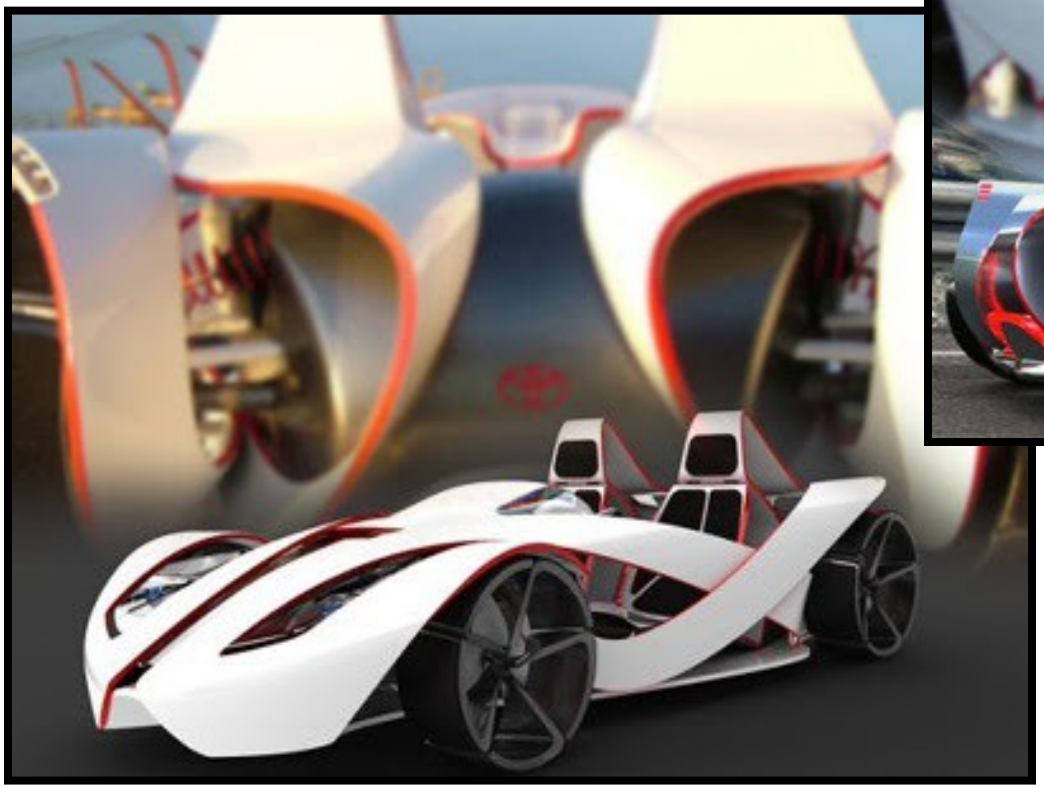
La *United Nude* es una firma de diseño de zapatos creada por el arquitecto Rem Koolhaas. Con el zapatero Galahan Chank, ha fabricado estas sandalias de Möbius. Se trata de un zapato de culto, que en una misma tira cumple la función de suela, tacón y sujetador del pie: la parte de dentro es la de fuera… y la de fuera la de dentro…

Dan Hoolahan
MOBE



Diseño de **Tommaso Gecchelin**, con el que ha ganado el segundo premio en el *International Car Design contest 2010*.



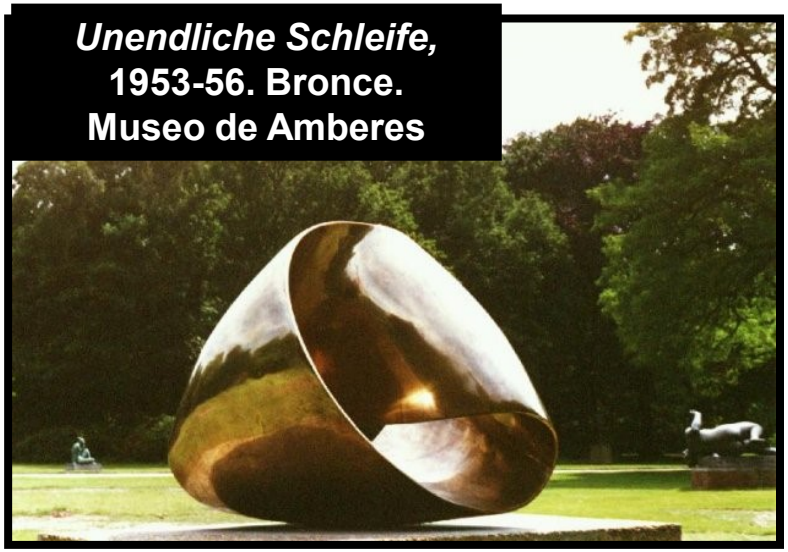


Así presenta Jorge Martí Vidal su proyecto: *el **MOB** es un concepto de buggy deportivo llevado al extremo. La organicidad que se geometriza, las formas de la naturaleza están presentes en el vehículo y también el respeto hacia ella. El concepto va evolucionando hacia la **cinta de Möbius**. Dos paneles que van creando toda la estructura del vehículo.*

Sierra de Möbius de **Buster Simpson**

A cycle renewed back into carbon and earth builds to decay a cycle renewed back into carbon and earth builds to decay…

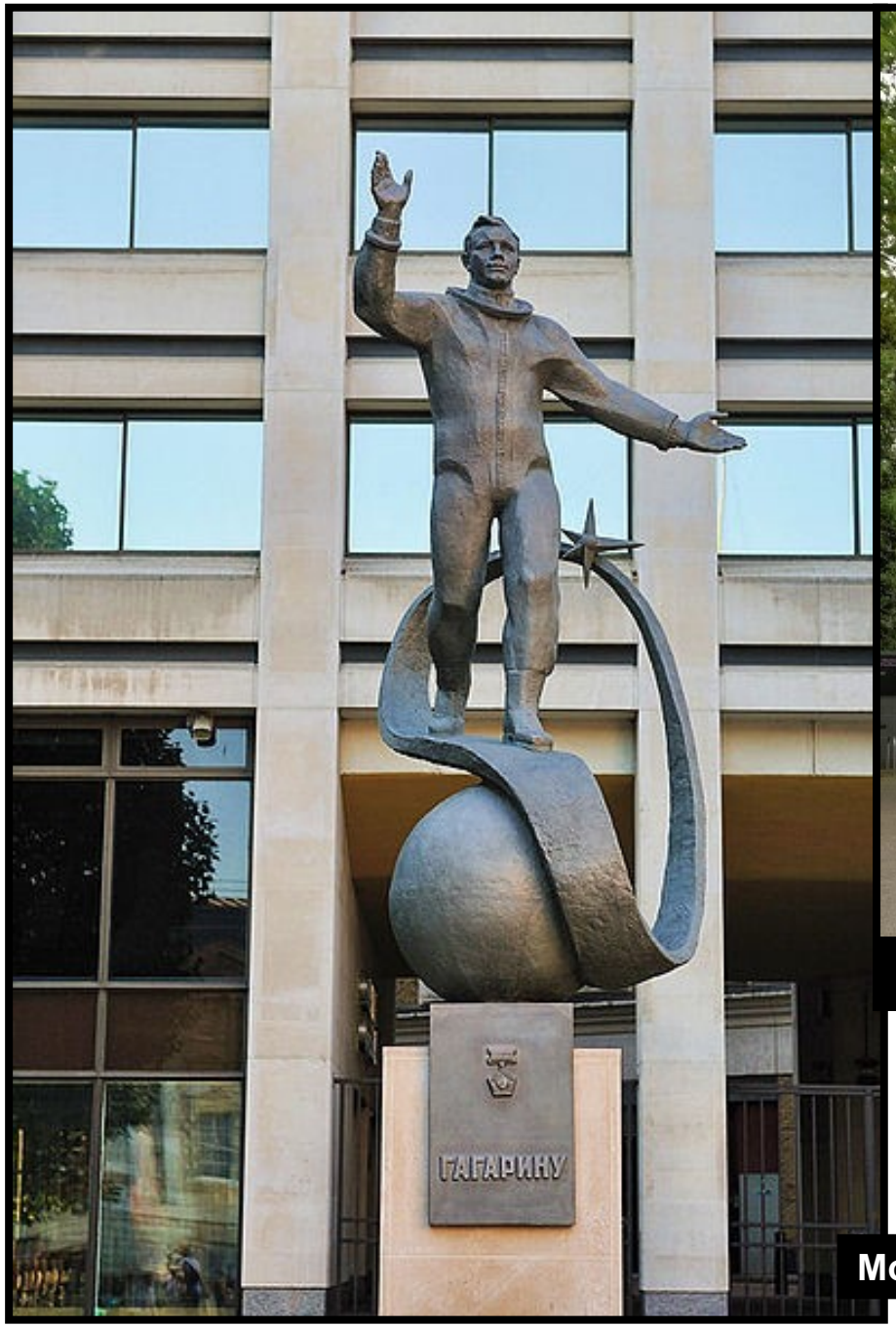
Como parte de la exposición, el músico y compositor **Stuart Dempster**, provisto de un arco, interpretó una pieza musical utilizando como instrumento la ***Möbius Saw Blade***…



Unendliche Schleife,
1953-56. Bronce.
Museo de Amberes

El artista suizo *Max Bill* estaba trabajando en 1935 en distintas posibilidades estéticas para una escultura colgante, cuando creó un objeto de una sola cara al que llamó *Unendliche Schleife* (cinta sin fin), sin ser consciente de que tales superficies se conocían desde hacía un siglo. Se comenta que sintió tal frustración al saber que no era el inventor de una nueva forma, que abandonó durante años toda investigación en este sentido...

Endless Ribbon
1953
Granito, Museum of Art. Baltimore

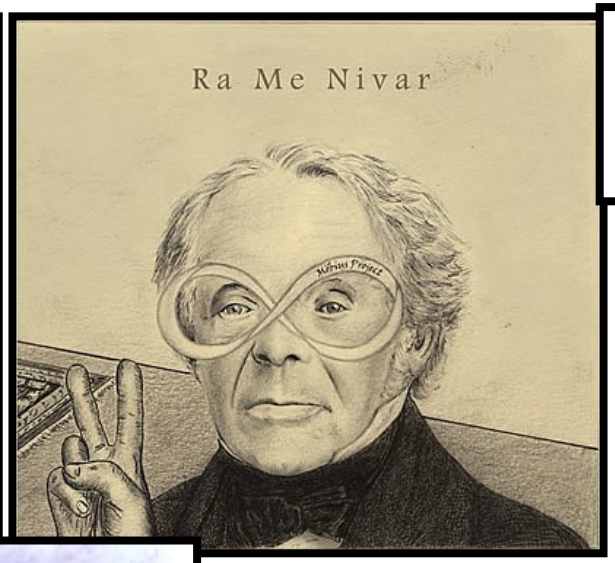


Gagarin Terrace, Royal Observatory, Greenwich

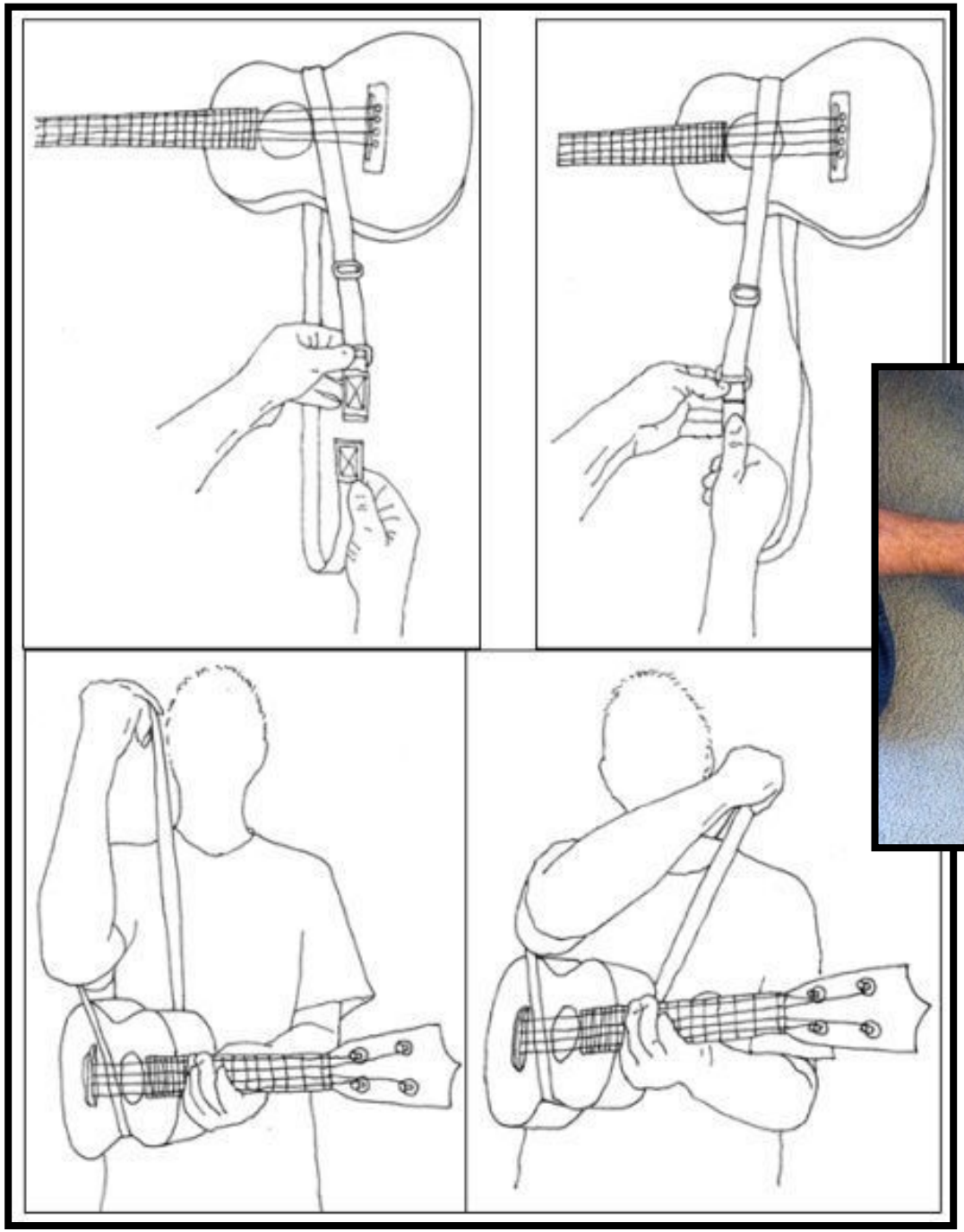
Monumento a Yuri Gagarin en Londres

Moebius bench *(banco de Möbius)*, Fukuroi City, Japan, 2001.
Vito Acconci (Fibra de vidrio fluorescente (abajo)

5. Arte con extrañas vueltas



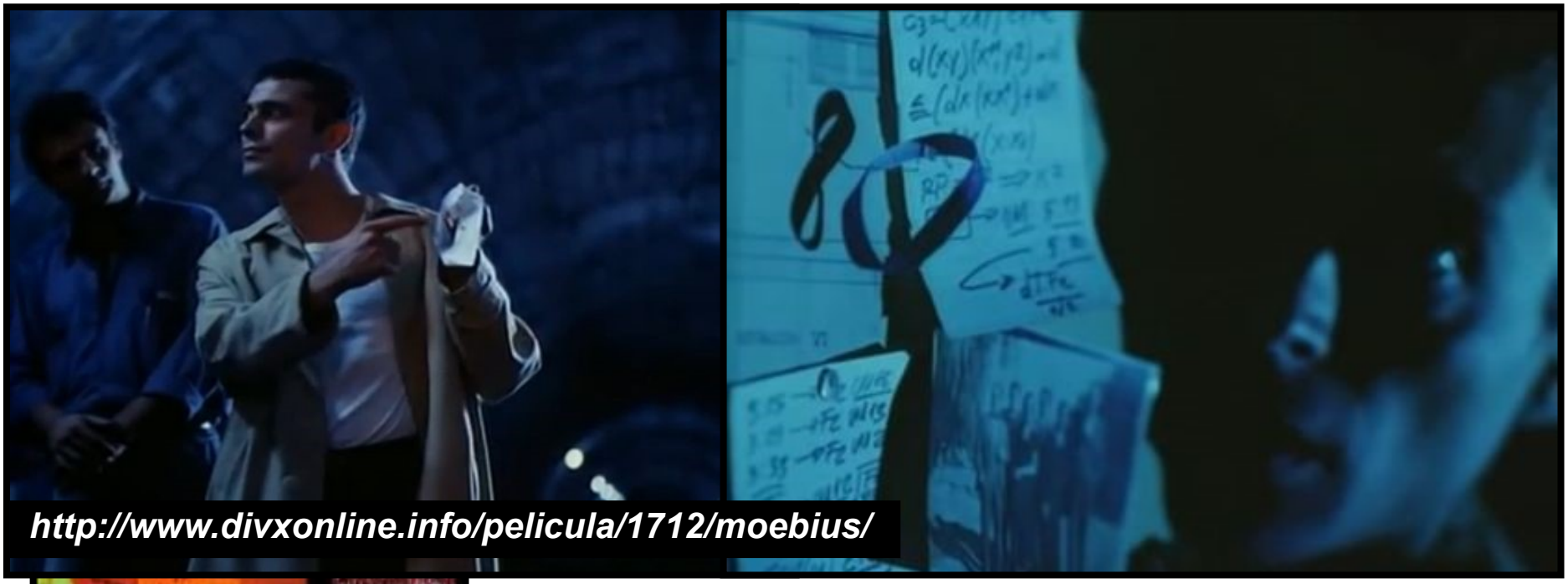
Homenaje de **Marc Aguiló** a la película ***Lost Highway*** de David Lynch.

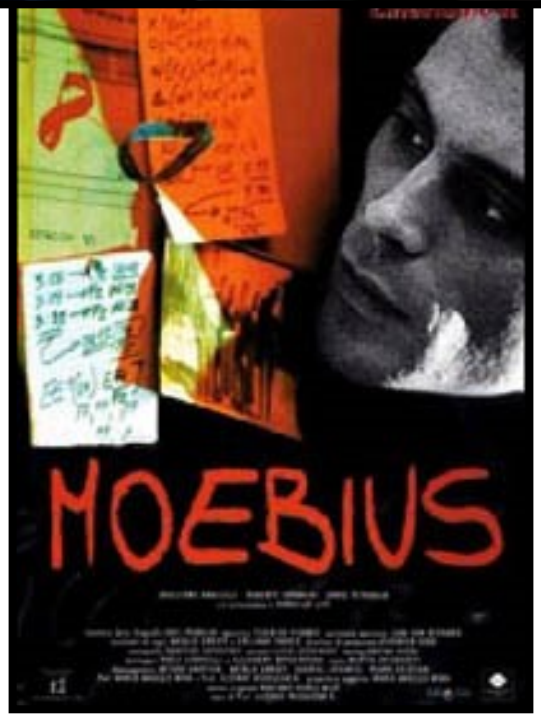


Con esta correa de Möbius tendrás las dos manos libres para tocar tu ukelele…

http://www.mobiusstrap.com/

Dima Tsapko es un diseñador e ilustrador ucraniano.
Uno de sus trabajos es este magnífico póster, que él mismo presenta de la siguiente manera:
Jazz Infinite Concerts – Jazz improvisation know no limits. As well as Mobius strip.

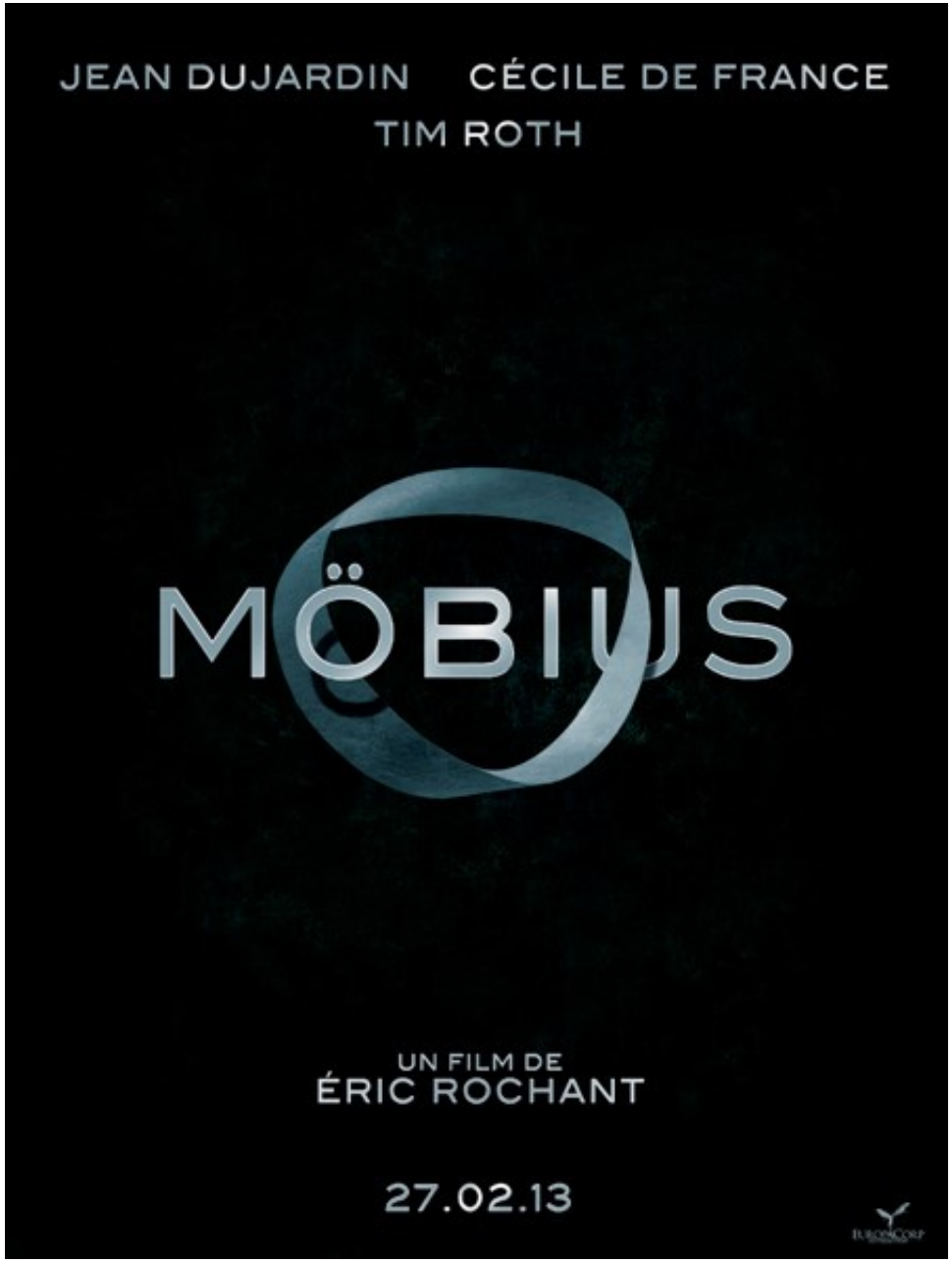




Basada en el cuento fantástico de A.J. Deutsch *Un metropolitano llamado Moebius*, la película argentina *Moebius* de Gustavo Mosquera narra la inexplicable desaparición de un tren lleno de viajeros en la red de vías del metro de Buenos Aires. El protagonista es un joven matemático enviado por el despacho de arquitectos que se encargó de las últimas ampliaciones de la red de metro que, buscando los planos de la ampliación, encontrará la pista de un antiguo profesor y una teoría matemática a la que nadie dará crédito...

¿Sabe usted lo que es una banda de Möbius? Si tomo esta tira de papel.. si la doblo, y hago una semivuelta… si conecto las dos extremidades, obtengo una especie de anillo. Fascinante ¿verdad? Si lo recorro con el dedo, llego al otro lado. La banda de Möbius. ¿Entiende?

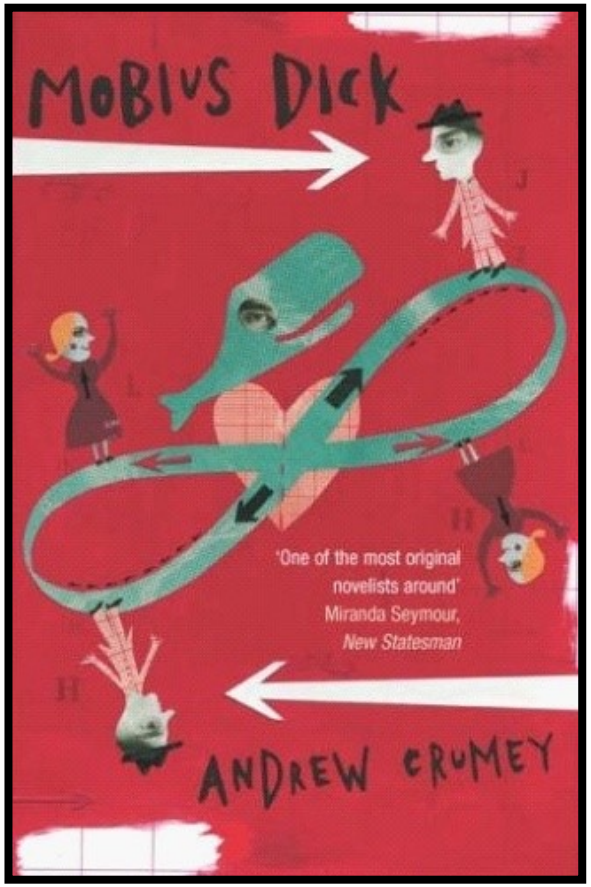
Una película de Eric Rochant y protagonizada por Jean Dujardin, Tim Roth, Cécile De France y Brad Leland, *Möbius* es una película de espías que se desarrolla en los casinos de Mónaco.



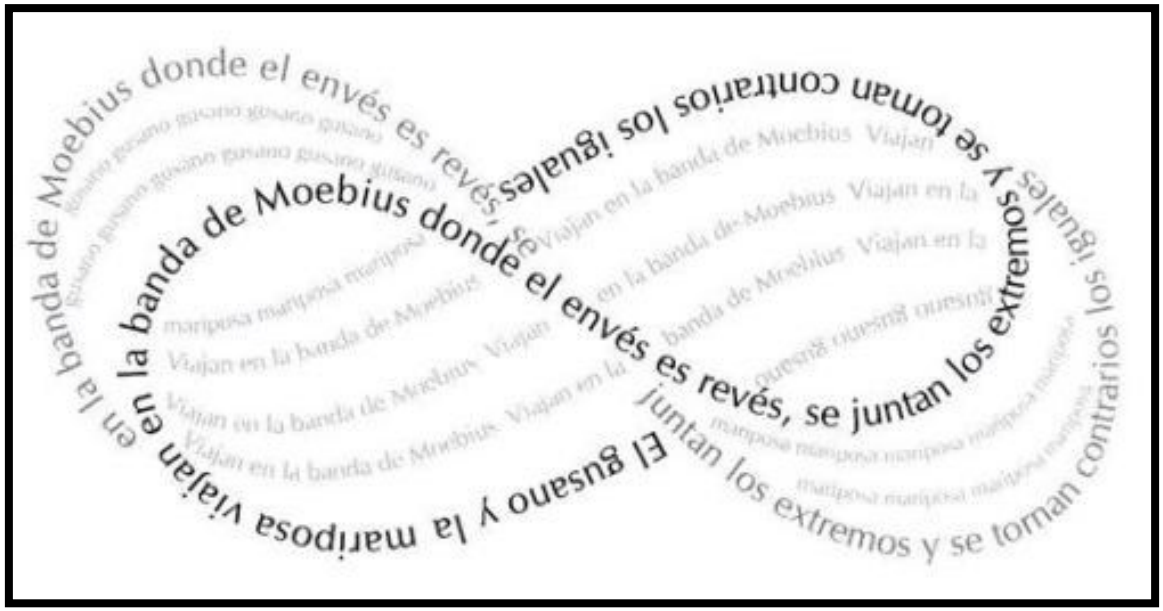
La **banda de Möbius** (650 kilos y 8 metros de largo) es de la artista Mariko Mori: escenografía de la ópera en su estreno en el Teatro La Fenice (Venecia) en junio de 2013.

Plamen Yordanov: ***Double Möbius Strip***

Jean Giraud, ***Moebius***



En el corazon del sinsentido, Alfredo Espinosa



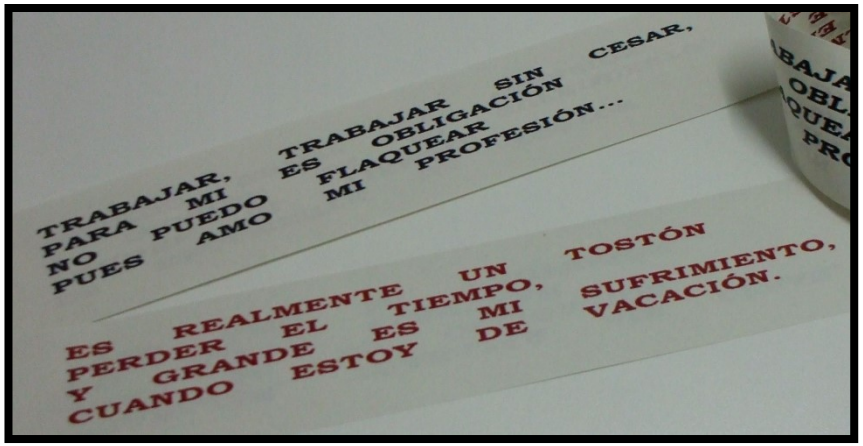
Luc Étienne (1908-1984) toma la banda de Möbius, la somete a simples manipulaciones, y transforma un poema en otro cuyo sentido cambia…

En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión…

Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.



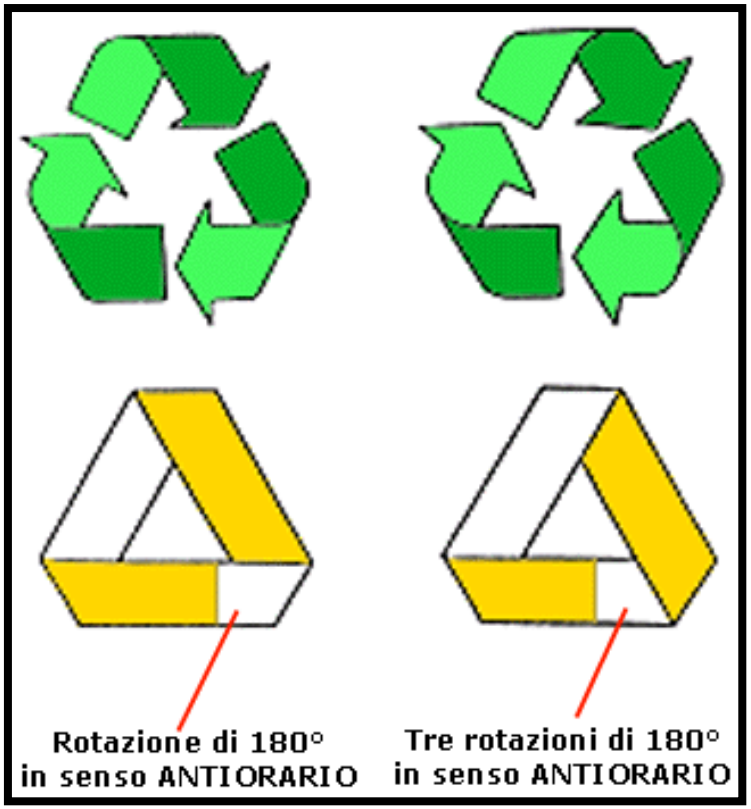
Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido "opuesto" a la suma de los dos poemas anteriores:

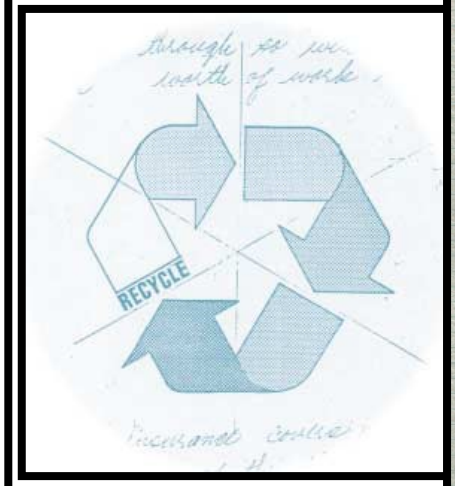
Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido "opuesto" a la suma de los dos poemas anteriores:

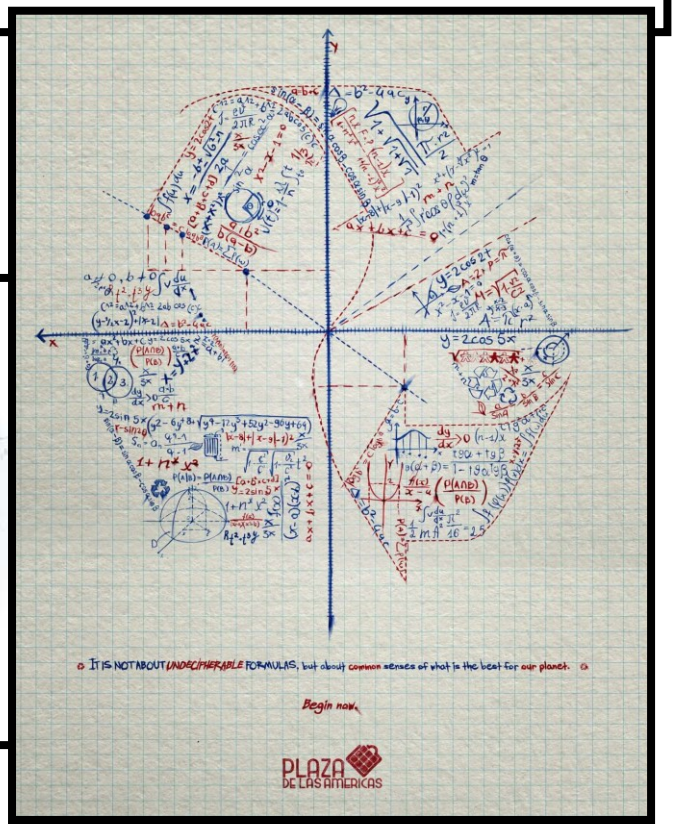
Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión… cuando estoy de vacación.

6. En ocasiones... ¡veo bandas!

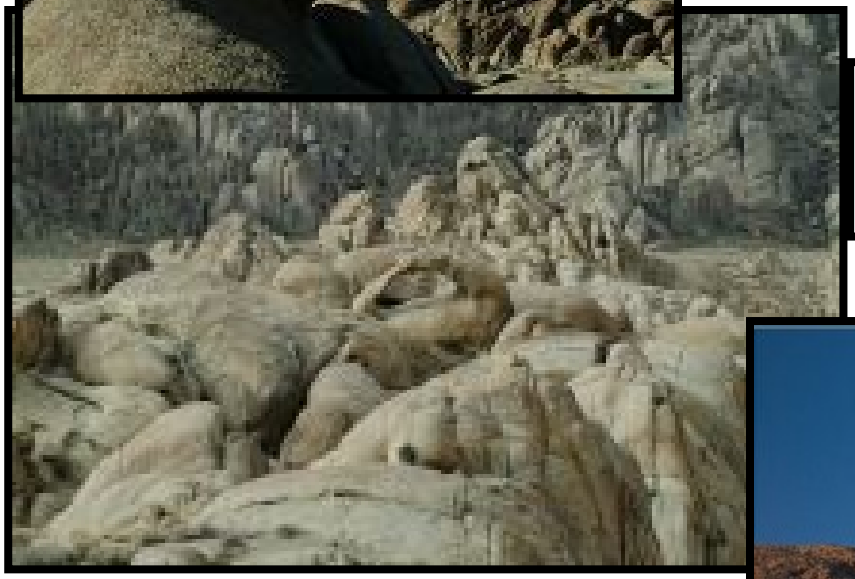
El símbolo del reciclaje –tres flechas que se persiguen sobre las aristas de un triángulo– es una banda de Möbius. Creado por Gary Anderson (1970) representa el proceso de transformación del material de deshecho en recursos útiles.

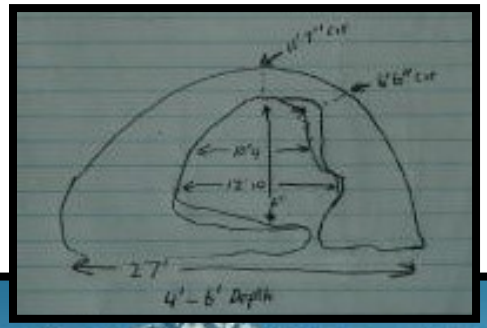




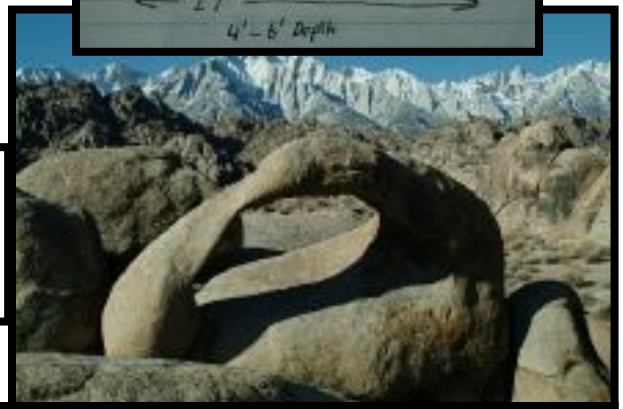


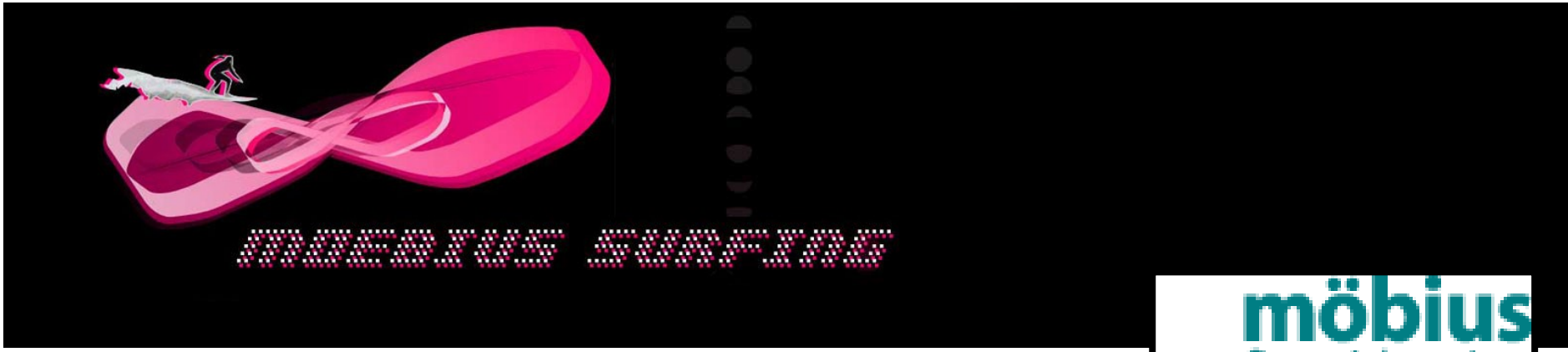
Möbius Arch



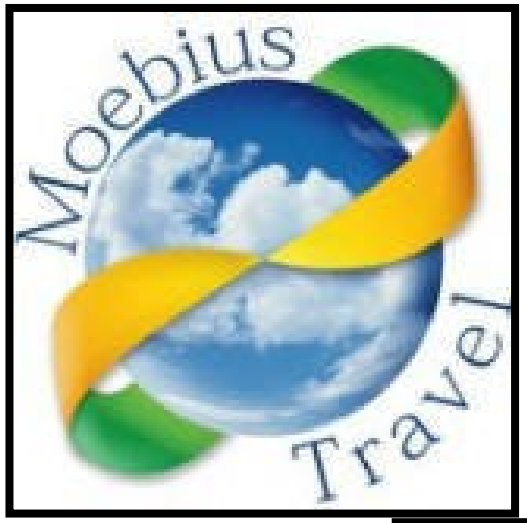


ARCHES OF ALABAMA HILLS (California)

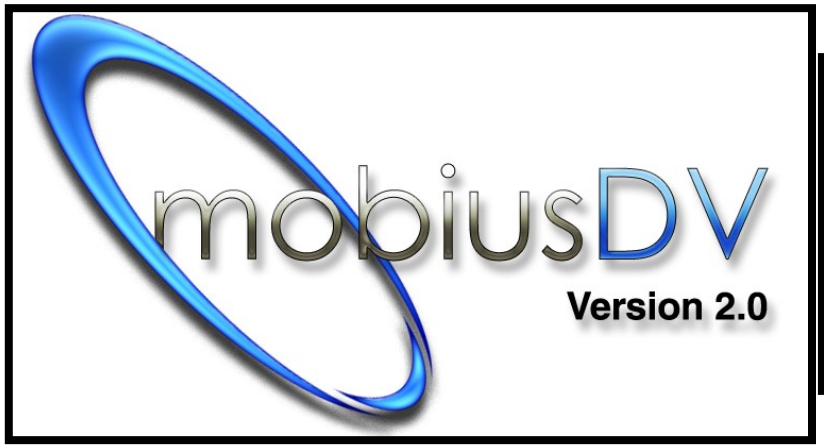



MOEBIUS SURFING

Mobius
Microsystems


Moebius
Travel

möbius
financial services
we are all on the same side


mobiusDV
Version 2.0

Caixa Geral
de Depositos

MOBIUS
PRESS

caixanova

moebius
MARKETING

visso
creadores de imagen

MObius
MediaTech

möbius

MÖBIUS
FOCUSED CONSULTANCY, MEASURABLE BENEFITS

ADIA

PARSHIP.es
Encuentra a alguien justo para ti

La *máquina de afeitar Möbius* es una idea del diseñador chino Penghao Shan. El mango de acero inoxidable forma una banda de Möbius, que crea más tensión y mayor resistencia.

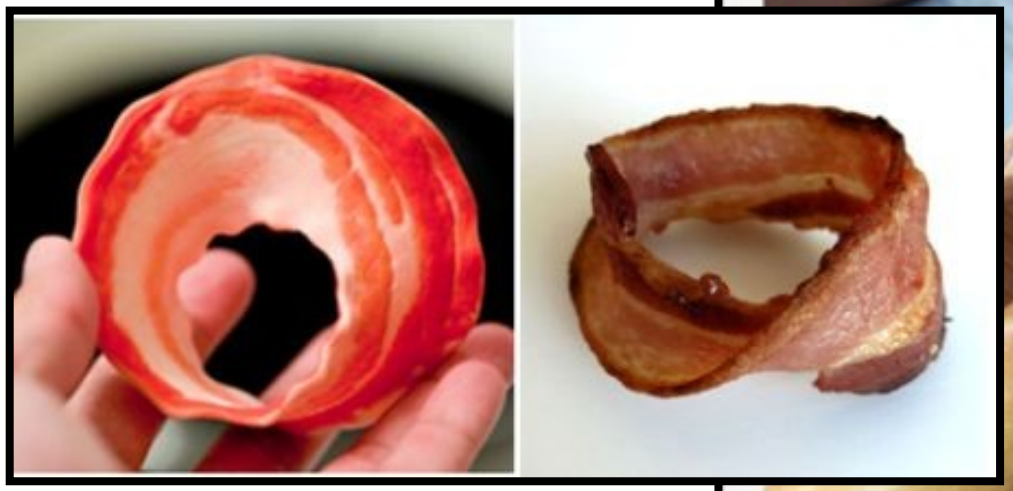
MOBIUS™ INFUSED LAGER™

WELCOMES YOU!

Esta cerveza *energética* (con TAURINA, GINSENG y CAFEINA).
Según la publicidad, es la cerveza perfecta para noches largas y happy hours.

La idea es del matemático Steve Kass... la salsa de tomate se repartirá de maravilla sobre estos preciosos *canelones* no orientables.

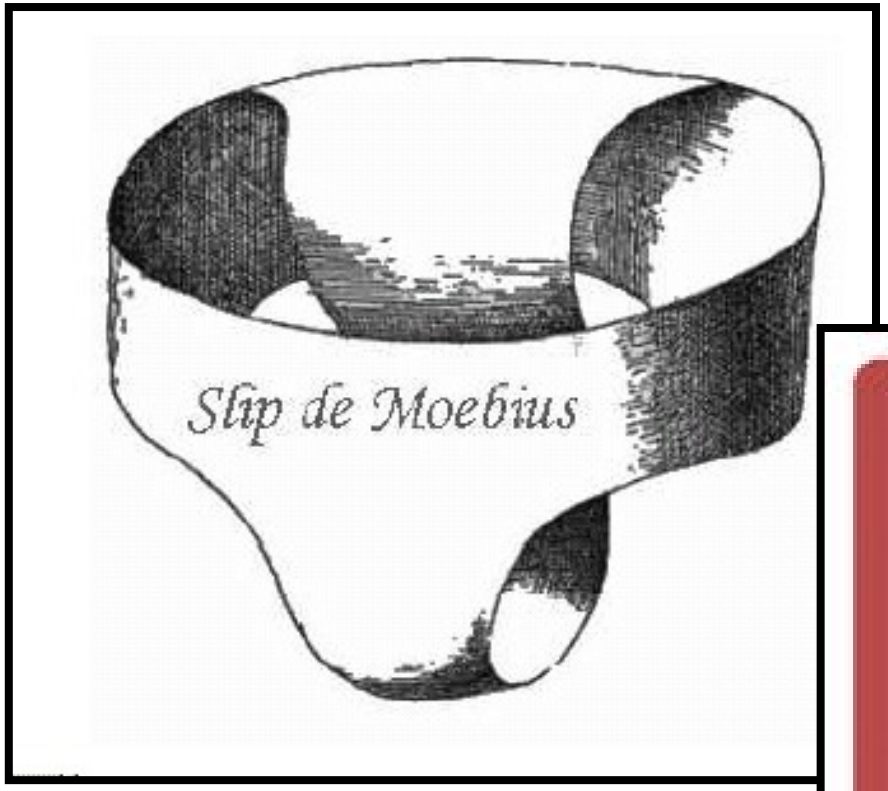
Philip Matchett Wood, había colgado en la web hace tiempo esta simpática foto en la que se le ve fabricando su propia **pasta de Möbius**… esta de mayor tamaño… ¿quizás para cocinar una especial lasaña de un solo lado?



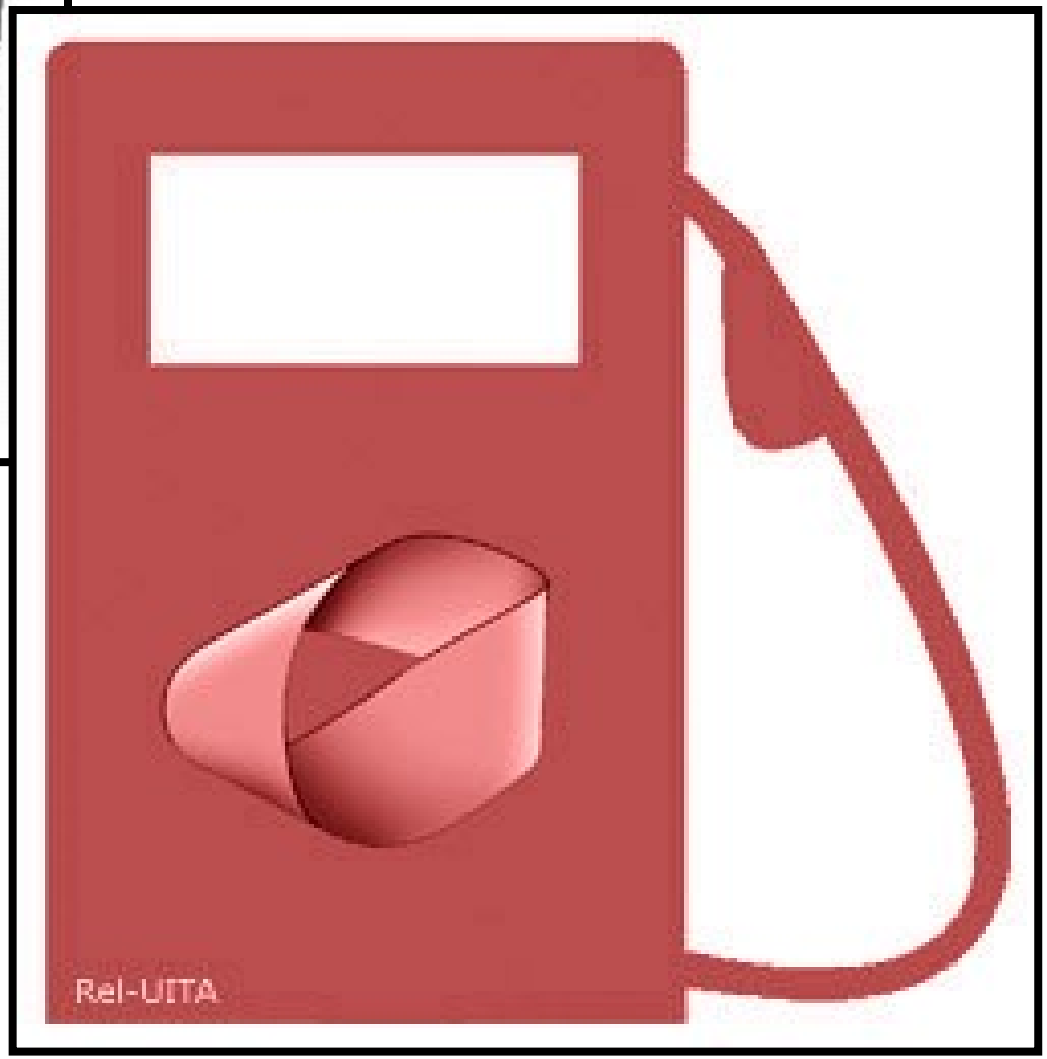
Una **banda de Möbius de bacon**… disfrute sin fin (para quien le guste).

El *vestido Möbius* (Yanko Design) propone la ropa dentro-fuera y exterior-interior. El material de fieltro usado para el vestido no tiene costuras, ni deformaciones, ni trama. Estructurado únicamente por el cuerpo, el vestido se tuerce y da vueltas para formar una superficie en continuo desarrollo, que cambia eternamente con los movimientos de la persona.

Elisabeth Zimmermann introdujo en 1983 las *bufandas de Möbius*, imitadas después por varias firmas.

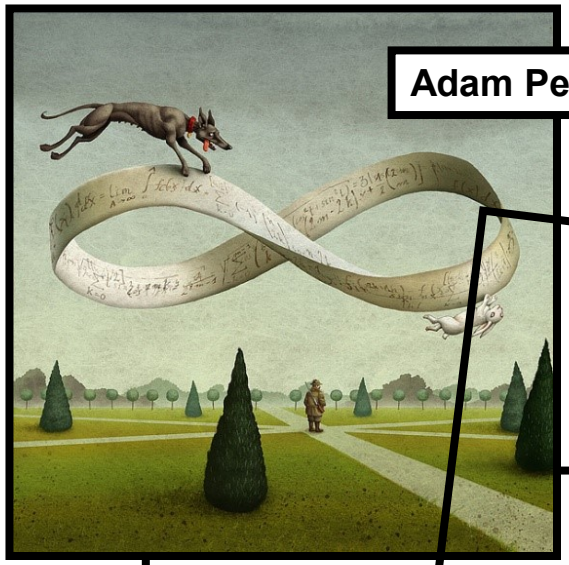


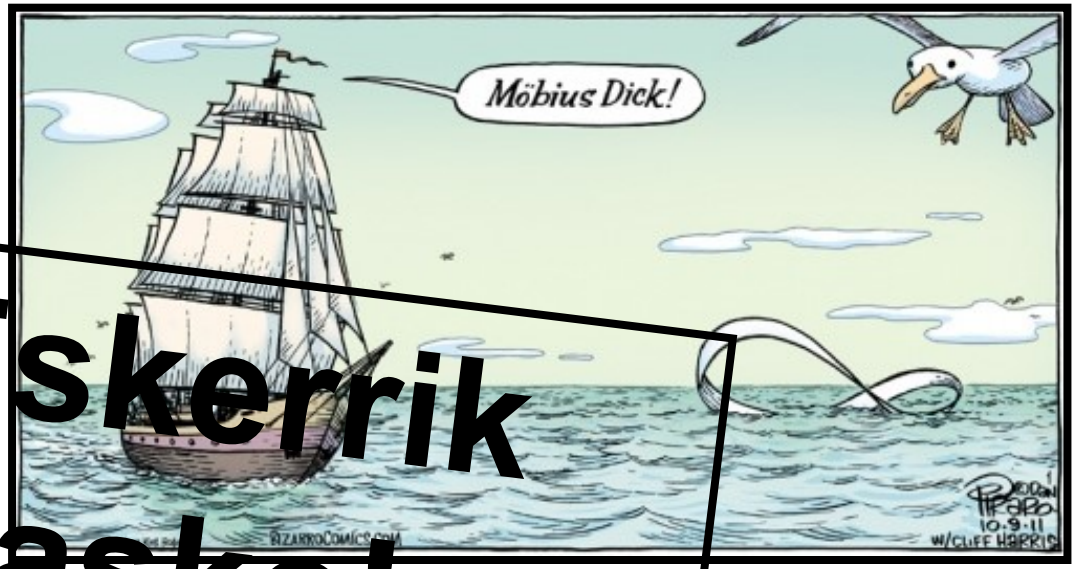
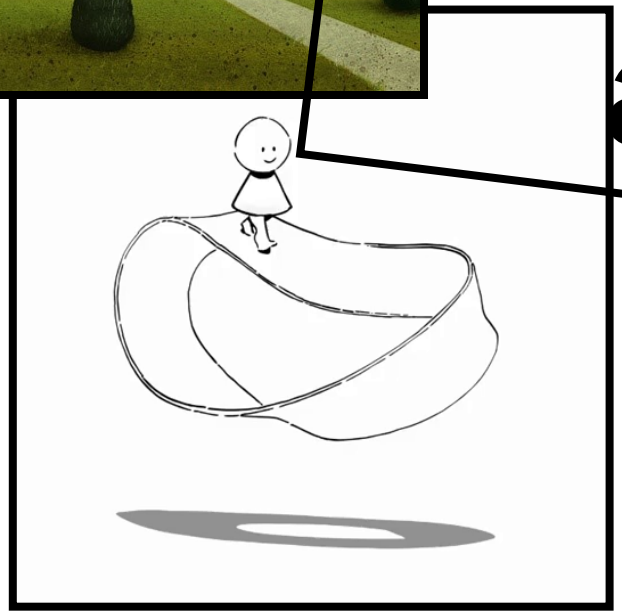
Hay desde calzoncillos de Möbius...



... hasta agro-combustibles.

La banda de Möbius: matemáticas que sorprenden e inspiran





Eskerrik asko!