Arquera olímpica

Una arquera lanza una flecha con una velocidad de 20 m/s, formando un ángulo de 45° sobre la horizontal. Despreciando el rozamiento con el aire y la velocidad de giro de la Tierra, calcular:

a) La trayectoria del proyectil *y(x)*.

b) La altura máxima que éste alcanzará.

c) La distancia a la que tocará el suelo (alcance).

Datos

$v_0 = 20$ m/s

$\alpha = 45°$

$\vec{F}_g = -mg\hat{j}$

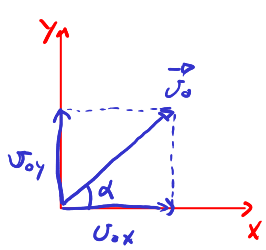
Preguntas

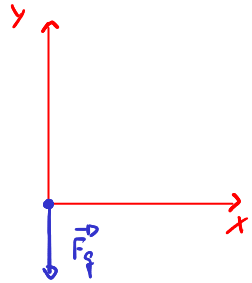
¿ $y(x)$?

¿ y_{max} ?

¿ x_{max} ?

Diagramas





Resolución

$$\vec{F}_g = m\vec{a} = -mg\hat{j}$$

$$\begin{cases} a_y = -g \\ a_x = 0 \end{cases}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} v_x = cte = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

$$y = v_{0y} \frac{x}{v_{0x}} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_{0x}^2}$$

$$y = x - \frac{g}{2v_{0x}^2} x^2$$

$$\boxed{y = x - \frac{g}{v_0^2} x^2} \quad \text{a}$$

$v_y = 0 \Rightarrow y = y_{max}$

$$v_y = 0 = v_{0y} - g t_{y_{max}}$$

$$t_{y_{max}} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$y_{max} = v_{0y} t_{y_{max}} - \frac{1}{2} g t_{y_{max}}^2$$

$$y_{max} = \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{g}{2} \frac{v_{0y}^2}{g^2}$$

$$= \frac{v_{0y}^2}{2g} = 10'2 \text{ m}$$

$$\boxed{y_{max} = 10'2 \text{ m}}$$

$y = 0 \quad x = x_{max}$

a $\quad y = 0 = x - \frac{g}{2v_{0y}^2} x^2$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 1 - \frac{g x}{2 v_{0y}^2} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{x_{max} = \frac{v_0^2}{g} = 40'8 \text{ m}}$$